

# **PROYECTO FINAL DE CARRERA**

Integración Kalman de sensores inerciales INS con  
GPS en un UAV

Autor: Gonzalo Ferrer Mínguez

Tutor: Antoni Broquetas Ibars

RSLab TSC UPC

Abril, 2009



## Índice

|         |  |    |
|---------|--|----|
| 1       | Introducción .....   | 1  |
| 1.1     | Objetivo del proyecto .....  | 2  |
| 1.2     | Resumen.....   | 2  |
| 1.3     | El avión .....   | 4  |
| 2       | Navegación inercial.....   | 7  |
| 2.1     | Conceptos básicos de la Navegación Inercial .....                          | 7  |
| 2.2     | Sistemas de coordenadas .....  | 8  |
| 2.2.1   | Sistema de coordenadas Inercial <i>I</i> -frame .....                      | 9  |
| 2.2.2   | Sistema de coordenadas ECI <i>i</i> -frame .....                           | 9  |
| 2.2.3   | Sistema de coordenadas ECEF <i>e</i> -frame .....                          | 9  |
| 2.2.4   | Sistema de coordenadas de Navegación <i>n</i> -frame .....                 | 10 |
| 2.2.5   | Sistema de coordenadas <i>Body b</i> -frame .....                          | 11 |
| 2.3     | Relación entre los sistemas de coordenadas .....                           | 12 |
| 2.3.1   | DCM .....  | 12 |
| 2.3.2   | Ángulos de Euler .....   | 13 |
| 2.3.3   | Cambio de <i>Body</i> a Navegación con los ángulos de Euler .....          | 14 |
| 2.3.3.1 | Giro en <i>Yaw</i> .....   | 15 |
| 2.3.3.2 | Giro en <i>Pitch</i> .....   | 15 |
| 2.3.3.3 | Giro en <i>Roll</i> .....  | 15 |
| 2.3.4   | Matriz de cambio de coordenadas de <i>e</i> -frame a <i>n</i> -frame ..... | 16 |
| 2.4     | Rotación sideral de la Tierra .....  | 17 |
| 3       | Sensores.....  | 19 |
| 3.1     | Acelerómetro.....  | 20 |
| 3.1.1   | Modelo del acelerómetro.....   | 21 |
| 3.2     | Magnetómetro .....   | 23 |
| 3.2.1   | Campo Magnético Terrestre.....   | 24 |
| 3.2.2   | Caracterización del error del magnetómetro .....                           | 26 |
| 3.2.3   | Modelo del magnetómetro .....  | 28 |
| 3.3     | Giroscopio.....  | 30 |
| 3.3.1   | Modelo de giroscopio .....   | 31 |
| 3.4     | GPS.....   | 32 |
| 3.4.1   | Caracterización del error.....   | 33 |
| 3.5     | Integración de los sensores en la plataforma del avión .....               | 34 |
| 4       | Actitud y Cinemática.....  | 39 |
| 4.1     | Cálculo de la actitud .....  | 39 |
| 4.1.1   | Cálculo de la actitud a partir de los giroscopios.....                     | 40 |
| 4.1.2   | Cálculo de la actitud a partir de los magnetómetros.....                   | 41 |
| 4.2     | Dead Reckoning con acelerómetros y giroscopios.....                        | 43 |
| 4.2.1   | Cambio de las aceleraciones de <i>Body</i> a Navegación .....              | 43 |
| 4.2.2   | Integración de las aceleraciones .....                                     | 45 |
| 4.3     | Diagrama de bloques de la actitud y cinemática .....                       | 45 |
| 5       | Filtro de Kalman .....   | 47 |
| 5.1     | Ecuaciones de Kalman.....  | 48 |
| 5.2     | Aplicaciones no lineales del filtro de Kalman .....                        | 51 |
| 5.2.1   | Linealización respecto a la trayectoria nominal .....                      | 52 |
| 5.2.2   | Linealización respecto a la trayectoria estimada .....                     | 53 |

|       |   |    |
|-------|---|----|
| 5.3   | Modelo <i>forward</i> .....                                 | 54 |
| 5.4   | Modelo <i>feedback</i> .....                                | 57 |
| 6     | Medidas reales y resultados .....                           | 61 |
| 6.1   | Procesado de las medidas.....                               | 62 |
| 6.2   | Integración de las medidas de los sensores inerciales ..... | 64 |
| 6.3   | Filtro de Kalman de 12 estados.....                         | 66 |
| 6.3.1 | Modelo <i>forward</i> .....                                 | 66 |
| 6.3.2 | Modelo <i>feedback</i> .....                                | 69 |
| 6.4   | Filtro de kalman extendido de 18 estados.....               | 71 |
| 7     | Conclusiones .....  | 75 |
| 7.1   | Futuras líneas de trabajo .....                             | 77 |
|       | Bibliografía.....   | 79 |
|       | Anexo I .....   | 81 |
|       | Anexo II.....   | 83 |

# 1 Introducción

Este trabajo forma parte del proyecto del avión que se realiza en el TSC de la UPC. Antes de comenzar a explicar los objetivos del PFC, es necesario hacer una breve contextualización del departamento y los principales temas que se dedica a estudiar. Uno de los campos de estudio del grupo del RSlab (Remote Sensing Laboratory), dentro del grupo del TSC, son los sistemas de radar. Más concretamente, el estudio de radares de tipo SAR, es decir, Radares de Apertura Sintética. El funcionamiento de este tipo de radares se basa en un complicado procesado de varios barridos de la antena del radar a lo largo de una trayectoria, para combinarlos en un solo barrido virtual. El resultado es el mismo que si se hubiera hecho un barrido con una antena mucho más grande y más directiva. El uso de estas aperturas sintéticas está limitado a trayectorias de la antena conocidas y a blancos inmóviles.

Algunas aplicaciones del SAR son los mapas de la superficie del terreno, indicadores del hundimiento de la tierra, etc.

### 1.1 Objetivo del proyecto

El objetivo es estimar la actitud y la posición del UAV (*Unmanned Aerial Vehicle*) utilizando sensores inerciales y otros sensores: un acelerómetro en 3 ejes, giroscopio en 3 ejes, magnetómetro en 3 ejes y las medidas de posición de un GPS. Todos estos sensores están instalados rígidamente sobre el fuselaje del avión.

El objetivo principal del proyecto, es utilizar el avión como plataforma para un radar de apertura sintética (SAR). La principal ventaja respecto a otras plataformas donde se embarca un SAR, típicamente satélites o aviones grandes, es una reducción significativa en el coste del proyecto. Sin embargo, uno de los problemas que se presenta es la inestabilidad de volar con un UAV, de dimensiones más reducidas que las plataformas anteriores. Así pues, la estimación de la actitud y de la posición del UAV resulta de vital importancia para la implementación del SAR, pues este sensor requiere un buen conocimiento de la trayectoria y actitud angular del avión para reconstruir las imágenes de SAR correctamente.

Mediante la integración Kalman de todas las medidas de los sensores, se pretende obtener una estimación precisa de la actitud y posición del móvil. Se cuenta con dos tipos de dispositivos, los sensores inerciales (acelerómetro y giroscopio) que dan información muy precisa a corto plazo, pero después de un periodo largo de medida, tienden a ser poco fiables y los dispositivos que dan información absoluta independiente del tiempo, como son el GPS y el magnetómetro. Así pues, se espera que la combinación de estas dos fuentes de información, aunque sean redundantes, mejoren la precisión que cada una de ellas tiene por separado.

Todas las medidas de los sensores se guardarán en un *dataloger* y se realizará el procesado *offline*.

### 1.2 Resumen

En el capítulo 2 se describen los sistemas de coordenadas que se van a utilizar en el proyecto. También se indicarán que transformaciones se necesitan para trabajar con un único sistema de coordenadas. Es una parte importante del proyecto ya que

el problema presenta muchos sistemas de coordenadas y la información no siempre está referida a los mismos sistemas de coordenadas, pero a la vez es indispensable referir las medidas al mismo marco de referencia para poder computar toda la información.

En el capítulo 3 se describirá el funcionamiento de los sensores que se utilizan en el avión: el magnetómetro, el giroscopio, el acelerómetro y muy brevemente el funcionamiento del GPS. Sus especificaciones y algunas pruebas que se hicieron para caracterizar su funcionamiento en las condiciones de trabajo del avión. Además se hará una descripción de la implementación de todos estos sensores en la plataforma del UAV y de la circuitería para almacenar los datos en memoria.

En el capítulo 4 se tratará la cinemática del problema. Tenemos un magnetómetro que da información del campo Magnético terrestre en 3 ejes, un acelerómetro que da información de la aceleración en 3 ejes, un giroscopio que da información de la velocidad de giro y además las medias de posición del GPS integrado en el avión. Se hará un desarrollo de las fuerzas que intervienen en el problema y se procesarán las medidas para tenerlas en el mismo marco de referencia. El objetivo de este capítulo es obtener una salida de posición, velocidad y actitud del UAV a partir de las medias de los sensores. Es decir, se establecen las bases matemáticas para futuros capítulos y se tratarán los resultados como un bloque independiente dentro del esquema total de la integración.

El capítulo 5 describe el algoritmo del Filtro de Kalman y se demostrará su eficacia para obtener información optimizada mezclando diversas medidas. Se simularán varios escenarios donde se integren magnetómetro, acelerómetro, giroscopio y GPS para obtener la actitud y posición del móvil y se discutirán los resultados obtenidos en cada uno. Los modelos expuestos hacen referencia directa a los modelos utilizados en las campañas de medida y no se generaliza demasiado en las bases matemáticas del filtro de Kalman, directamente se hace una

introducción de las aplicaciones del algoritmo que se utilizan en el proyecto seguida de la descripción del modelo empleado para el UAV.

En el capítulo 6 se hace referencia a las medidas reales tomadas por el avión y por los sensores en varias campañas de vuelo. Se procesarán las medidas y se verificará todo lo expuesto en los capítulos anteriores, a través de figuras y gráficos. Es un capítulo puramente explicativo, haciendo uso de los diferentes montajes explicados antes y se discute brevemente los resultados, haciendo un pequeño adelanto a las conclusiones del trabajo.

Como último capítulo 7, donde se habla de las conclusiones, algunas de ellas ya adelantadas en los capítulos correspondientes y se habla además de las posibles futuras líneas de trabajo.

### 1.3 El avión



*Fig. 1.1 Fotografía del avión (UAV)*

El avión, fotografiado en la figura 1.1, fue diseñado por Albert Aguasca, tanto el fuselaje como los componentes electrónicos embarcados. Es una plataforma de vuelo relativamente pequeña. Tiene como características principales:

- 2 metros de largo y 2.5 de ancho de ala.



- 17 Kg. de peso neto, con todos los dispositivos embarcados.
- Velocidades de hasta 30-40 m/s.
- 30-45 minutos de autonomía.
- Hasta 400 metros de altura de vuelo.



## 2 Navegación inercial

El capítulo comienza con una serie de definiciones básicas sobre la navegación inercial que serán esenciales para el desarrollo del proyecto. A continuación, se describen los principales sistemas de coordenadas que se van a utilizar en el proyecto. Se definen varios conceptos relevantes en los sistemas de posicionamiento, como la Matriz de cambio de coordenadas DCM o los ángulos de Euler. Por último se indican las transformaciones necesarias para trabajar con un único sistema de coordenadas, que es el sistema de coordenadas de navegación.

### 2.1 Conceptos básicos de la Navegación Inercial

*Inercia* es la propensión de los cuerpos a mantener constante su velocidad de rotación y de translación a no ser que se vean afectados por fuerzas o momentos respectivamente (primera ley de Newton).

*Sistema de referencia Inercial* es un sistema de coordenadas en el que las leyes de Newton del movimiento son válidas. Los sistemas de referencia inercial ni rotan ni aceleran.

Los *Sensores Inerciales* IMU (Inertial Measuring Unit) miden la variación de rotación (giróscopos) y la aceleración (acelerómetros). Se hablará de ellos con más detalle en capítulos siguientes.

La *Navegación Inercial* utiliza giróscopos y acelerómetros para mantener una estimación de la posición, velocidad, actitud y variación de actitud del vehículo en el que están los sensores.

Un *Sistema de Navegación Inercial* (INS) consiste en una unidad de medida inercial que incluye los sensores ligados a una plataforma común para mantener las mismas orientaciones relativas y un ordenador para procesar estas medias o cualquier otro cálculo.

Hay diferentes tipos de INS y se clasifican en *gimbaled* y *strapdown*. El sistema *gimbaled* pretende aislar la plataforma con los sensores inerciales de los movimientos de rotación externos. Las plataformas *gimbaled* están sujetas a un marco rígido que rota de tal manera que aísla el interior de la plataforma de rotaciones externas con los ejes del cuerpo. Generalmente es imposible alcanzar un nivel de aislamiento perfecto y siempre rota algo.

El sistema *strapdown* donde los ejes de los sensores están alineados con los ejes del móvil. Necesita mayor capacidad de cálculo ya que es necesario “aislar virtualmente” las medidas de los sensores al sistema de referencia inercial. Este sistema es el que se va a utilizar en este proyecto.

## 2.2 Sistemas de coordenadas

Un sistema de coordenadas no es más que un conjunto de vectores y números sin sentido. Para que estos valores adquieran significado, es necesario relacionarlos con una referencia conocida.

Existen varios sistemas de coordenadas fundamentales. A no ser que se diga lo contrario, estos sistemas son ortogonales, dextrógiros y cartesianos. Únicamente difieren en el origen, la orientación relativa de sus ejes y el movimiento relativo entre sus planos.

Dependiendo del movimiento que se quiera estudiar, es más interesante usar unos sistemas que otros.

### 2.2.1 Sistema de coordenadas Inercial *I*-frame

Es el único sistema de referencia donde las leyes de Newton tienen validez, es decir, que este sistema idealmente no se mueve ni rota respecto a nada. En la práctica resulta imposible encontrar un sistema realmente inercial que no se mueva, ya que las mismas estrellas se mueven... así que este sistema se utiliza como aproximación teórica y para visualizar otros marcos de referencia más fácilmente. En la práctica consiste en un conjunto de ejes perpendiculares entre sí (como todos los sistemas de referencia) que no rotan ni aceleran respecto al espacio inercial.

### 2.2.2 Sistema de coordenadas ECI *i*-frame

Este sistema de coordenadas tiene su origen en el centro de masas de la Tierra y se supone que no rota respecto al espacio inercial, ya que se mueve con el planeta. Sabemos que eso no es del todo cierto, porque la Tierra gira con respecto al Sol y además de su propia rotación  $\Omega$ , pero se tomará este sistema como inercial.

Los ejes del sistema ECI están fijados en las estrellas: El eje Z coincide con el eje polar y el plano perpendicular al eje Z coincide con el Ecuador. El eje X e Y no rotan con la Tierra, apuntando X directamente al equinoccio Vernal.

El sistema de coordenadas inercial es importante porque las leyes de Newton son casi ciertas y permite visualizar más fácilmente otros marcos de referencia no inerciales.

### 2.2.3 Sistema de coordenadas ECEF *e*-frame

También se le conoce como sistema de coordenadas geocéntrico. Tiene su origen en el centro de masa de la Tierra y sus ejes rotan con ella. El eje Z se dirige directamente al norte a lo largo del eje polar. Los ejes X e Y están en el plano

ecuatorial con  $X$  dirigido hacia el meridiano de Greenwich ( $0^\circ$  latitud,  $0^\circ$  longitud) y el eje  $Y$   $90^\circ$  hacia el Este.

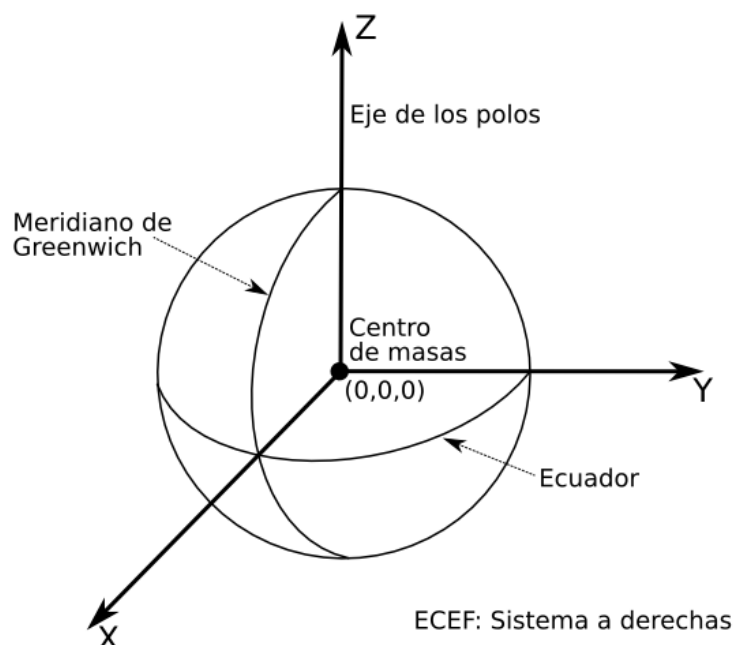


Fig. 2.1 Esquema de coordenadas ECEF

#### 2.2.4 Sistema de coordenadas de Navegación $n$ -frame

Tiene su origen en la localización del sistema inercial (longitud latitud). Es un sistema local con sus ejes  $X$   $Y$  en el plano tangente al punto de la Tierra donde está el origen. Típicamente el eje  $X$  apuntará al norte, el eje  $Y$  al Este y el eje  $Z$  abajo, aunque debe ser especificado.

También se le conoce como NED (North, East, Down) ya que sus ejes apuntan a estas direcciones. Otra posible configuración, aunque no es la que se ha utilizado en el proyecto, sería con el eje  $X$  apuntando al este, el eje  $Y$  apuntando al norte y el eje  $Z$  apuntando hacia arriba, también conocido como ENU (East, North, Up).

Es un sistema que presenta dificultades cuando se acerca a latitudes cercanas a los polos.

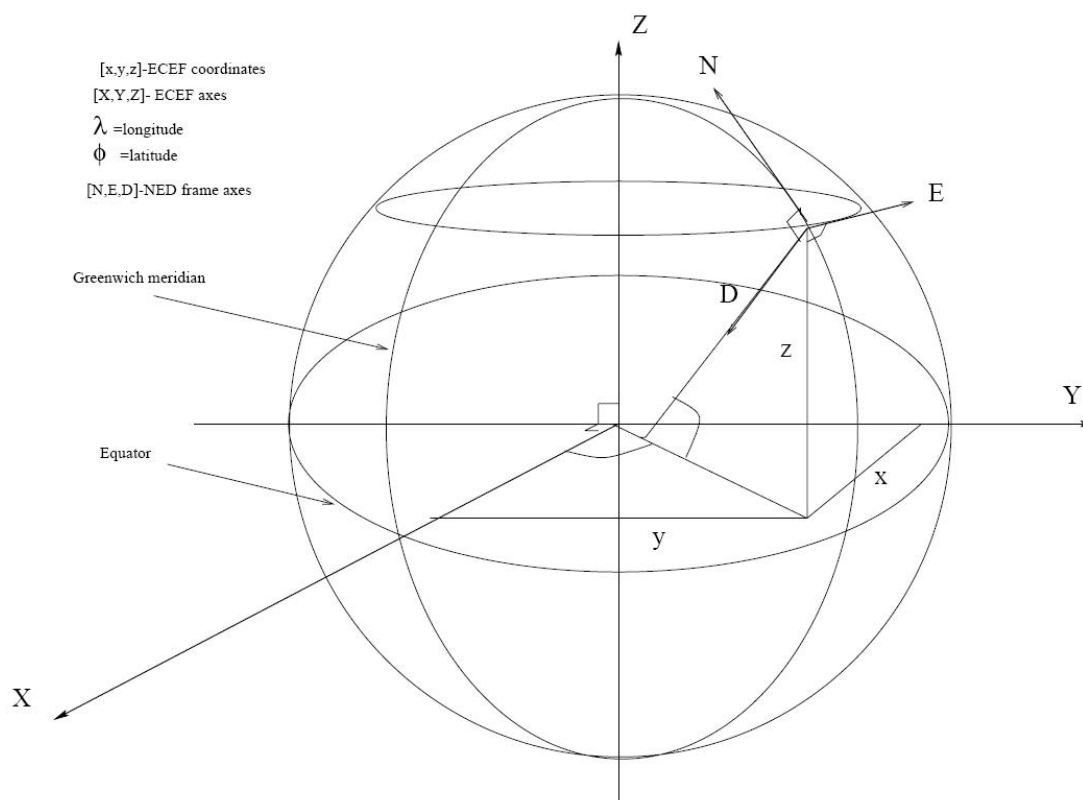


Fig. 2.2 Esquema de coordenadas de navegación NED

### 2.2.5 Sistema de coordenadas *Body b-frame*

Este sistema tiene su origen en el centro de masas del vehiculo. Típicamente usado en plataformas Strapdown, es decir, cuando los sensores tienen también como centro de masas el vehiculo y sus ejes se mueven con él.

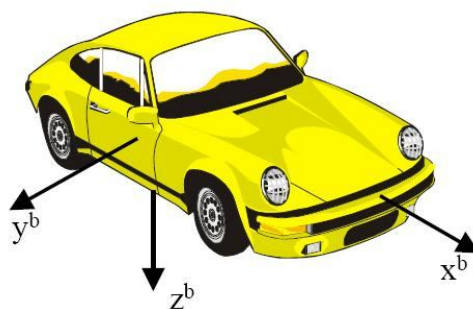


Fig. 2.3 Esquema de coordenadas de Body en un vehículo

### 2.3 Relación entre los sistemas de coordenadas

Una vez descritos los sistemas de coordenadas con los que se va a trabajar, es necesario algún tipo de algoritmo para pasar de un sistema a otro. Como siempre, existen varios métodos, todos tienen su utilidad pero unos funcionan mejor en determinadas circunstancias que otros.

#### 2.3.1 DCM

La Matriz de Direcciones Coseno es un sistema de cambio de coordenadas. Simplemente rota un vector de un marco de referencia a otro, digamos del marco  $b$  al marco  $a$ .

$$C_b^a = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Cada componente de esta matriz es uno de los cosenos de los ángulos entre los ejes de los dos sistemas de coordenadas. Acaba siendo una matriz de cambio de coordenadas.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}^a = C_b^a \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}^b \quad (2.2)$$

Cumple un par de propiedades, igual que todas las matrices de cambio de coordenadas:

$$\text{Det}(C_b^a) = 1 \quad (2.3)$$

$$(C_b^a)^{-1} = (C_b^a)^T = C_a^b \quad (2.4)$$

Se va a trabajar con esta matriz ya que es fundamental para futuros capítulos, pero ya se verá en 2.3.3 la manera de calcular sus elementos.



### 2.3.2 Ángulos de Euler

Otro método bastante popular para especificar la orientación angular de un sistema de coordenadas respecto a otro es el uso de los tres ángulos de Euler. Tres ángulos, que mediante una sucesión ordenada de giros, definen el cambio de un sistema de coordenadas a otro. Los ángulos de Euler ( $\phi$ ,  $\theta$ ,  $\psi$ ) corresponden con los ángulos convencionales de *roll* ( $\phi$ ), *pitch* ( $\theta$ ), *yaw* ( $\psi$ ) que se utilizan en navegación para especificar la actitud de un móvil. El ángulo de *roll* ( $\phi$ ) es el giro de las alas del avión, el ángulo de *pitch* ( $\theta$ ) la inclinación del morro y el ángulo de *yaw* ( $\psi$ ) es el giro del morro del avión respecto al norte.

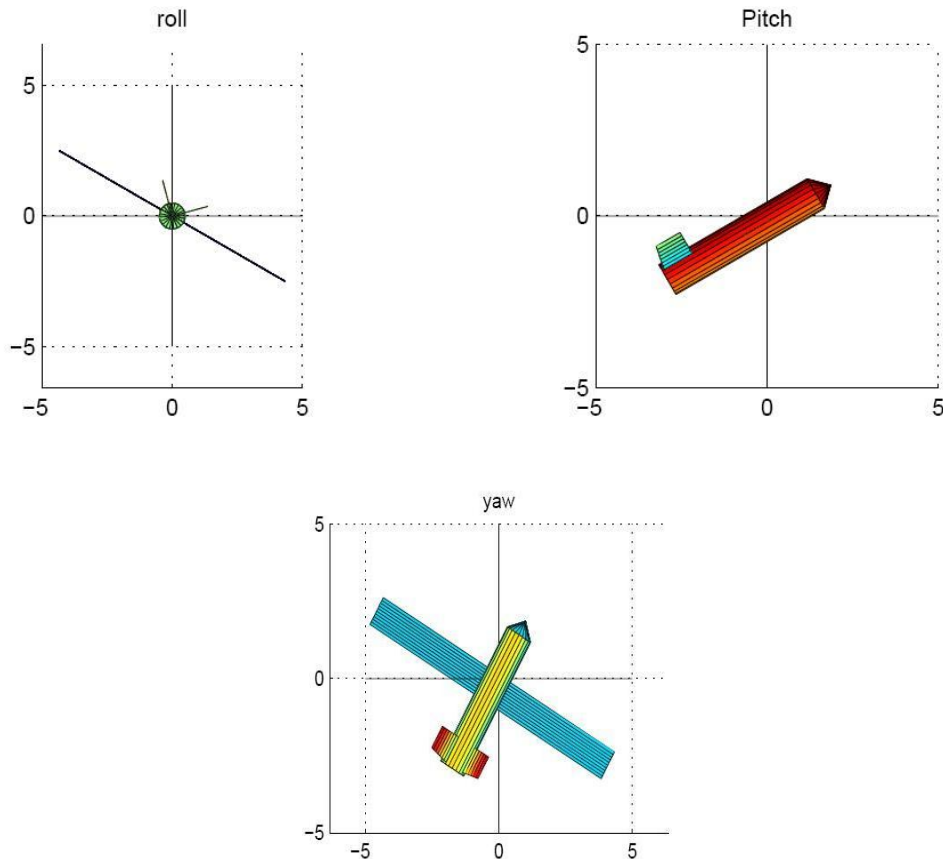


Fig. 2.4 Representación bidimensional de los giros en roll, pitch y yaw.

Es importante señalar que los ángulos de Euler no están únicamente definidos y existen ambigüedades. Por eso se deben hacer las rotaciones siempre en el mismo

orden ya que los mismos ángulos, si son aplicados con órdenes diferentes, dan lugar a transformaciones diferentes.

### 2.3.3 Cambio de *Body* a Navegación con los ángulos de Euler

El origen es el centro de masas del móvil que corresponde con los de la plataforma donde están los sensores (*Strapdown*). Esta transformación es una rotación de los ejes, totalmente ordinaria, pero se deben definir bien estos giros. En nuestro caso, el móvil es un avión. En este sistema de coordenadas *Body*, el eje  $x_b$  apunta hacia el morro, el eje  $y_b$  apunta al ala derecha y el eje  $z_b$  apunta hacia abajo.

Estos ejes corresponden a los ejes de *roll*, *pitch* y *yaw* del vehiculo. Los signos de estos ángulos estarán definidos tal que el ángulo de *roll*  $\phi$  es positivo cuando el ala derecha se mueve por debajo del plano de horizonte, el ángulo de *pitch*  $\theta$  es positivo cuando el morro del avión se eleva por encima de la línea de horizonte y el ángulo de *yaw*  $\psi$  se define positivo cuando el morro esta rotando desde el norte hacia el este.

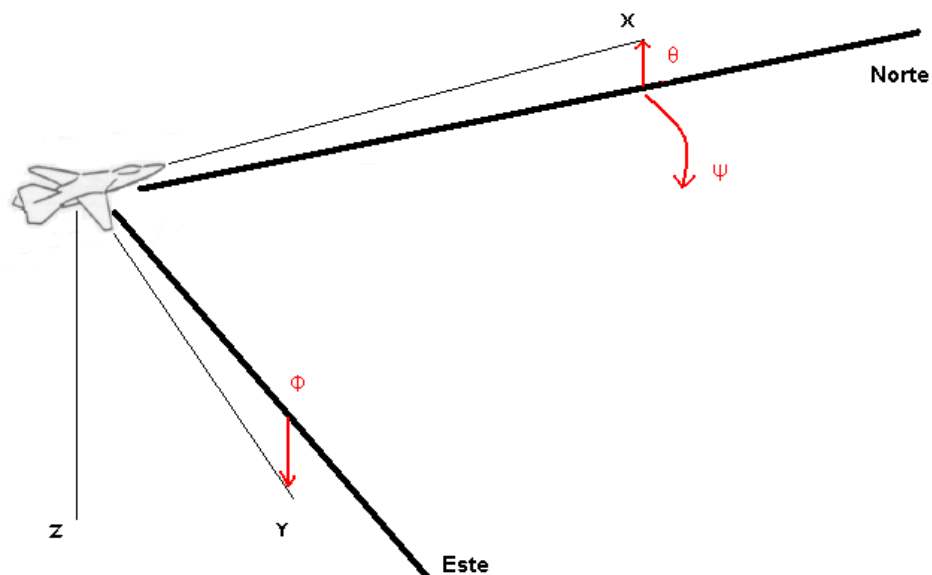


Fig. 2.5 Representación del avión en los ejes de coordenadas de navegación (negrita) y en los ejes de body XYZ. Todos los giros representan ángulos positivos.

En la Fig. 2.5 las líneas rojas representan cual es el sentido de giro para que los ángulos sean positivos. Estos ángulos van desde los ejes de navegación hacia los del cuerpo (*body*).

### 2.3.3.1 Giro en *Yaw*

Es el primero de los giros que se hará. Con esta matriz de cambio se puede pasar del sistema de coordenadas  $(X, Y, Z)$  al nuevo sistema  $(X', Y', Z')$ .

$$C_{\psi} = \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

### 2.3.3.2 Giro en *Pitch*

Giramos el sistema  $(X', Y', Z')$  para conseguir  $(X'', Y'', Z'')$

$$C_{\theta} = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

### 2.3.3.3 Giro en *Roll*

El último de los giros: de  $(X'', Y'', Z'')$  a  $(x, y, z)$

$$C_{\phi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Entonces, definimos la matriz de cambio de coordenadas  $C_n^b$  así:

$$C_n^b = C_{\psi} C_{\theta} C_{\phi} \quad (2.8)$$

$$C_n^b = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & \cos \theta \sin \psi & -\sin \theta \\ \cos \psi \sin \theta \sin \phi - \sin \psi \cos \phi & \cos \psi \cos \phi + \sin \psi \sin \theta \sin \phi & \cos \theta \sin \phi \\ \cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \phi & \sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

La ecuación (2.9) corresponde a la matriz de cambio de coordenadas de navegación a *body*. Sin embargo, la transformación que nos interesa es justo la inversa, buscamos un cambio de *body* a coordenadas de navegación. Aplicando (2.4) se obtiene que:

$$C_b^n = (C_n^b)^T \quad (2.10)$$

#### 2.3.4 Matriz de cambio de coordenadas de e-frame a n-frame

Es necesario definir una matriz de cambio de coordenadas del sistema centrado en la tierra al sistema de coordenadas NED definido por los ejes  $x_n$ ,  $y_n$ ,  $z_n$  que están alineados con las direcciones Norte, Este y Down. Esta transformación  $C_e^n$  se hace a través de dos rotaciones: una del ángulo  $\lambda$  alrededor del eje  $z_e$  y la otra del ángulo  $\mu$  alrededor del eje  $y_e$ .

Rotación alrededor del eje  $z_e$  del ángulo  $\lambda$  :

$$\begin{bmatrix} x_e' \\ y_e' \\ z_e' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \lambda & \sin \lambda & 0 \\ -\sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ z_e \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Una segunda rotación alrededor del eje  $y_e$  del ángulo  $\mu$  :

$$\begin{bmatrix} x_e'' \\ y_e'' \\ z_e'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \mu & 0 & \sin \mu \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \mu & 0 & \cos \mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_e' \\ y_e' \\ z_e' \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

De estas transformaciones obtenemos:

$$\begin{bmatrix} x_n \\ y_n \\ z_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \mu \cos \lambda & \cos \mu \sin \lambda & \sin \mu \\ -\sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ -\sin \mu \cos \lambda & -\sin \mu \sin \lambda & \cos \mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ z_e \end{bmatrix} = C_e^n \begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ z_e \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Después de hacer esta transformación, se tendrá el vector en coordenadas de navegación, pero con el origen referido al centro de la tierra. Así que aun se debe desplazar el sistema para que se corresponda con la localización de origen  $(\lambda, \mu)$  que caracteriza este sistema de coordenadas.

## 2.4 Rotación sideral de la Tierra

Es una magnitud bastante importante en algunas transformaciones o en el cálculo del error de algunos sistemas. Por eso se va a descomponer el vector de rotación sideral en coordenadas de navegación ( $n$ -frame).

Dadas unas coordenadas de longitud y latitud  $(\lambda, \mu)$ , que son el origen del sistema de coordenadas local. Los vectores unitarios  $i, j, k$  corresponden a los ejes  $x, y, z$  de la tierra en coordenadas ECEF. Así, podemos escribir  $\Omega$  como un vector de la forma:

$$\Omega_{ie} = 0 \cdot i + \Omega_y \cdot j + \Omega_z \cdot k \quad (2.14)$$

Donde  $\Omega_y$  y  $\Omega_z$  son las componentes en los ejes  $y, z$  del  $n$ -frame y  $\Omega_{ie}$  es la magnitud del vector de rotación. El tiempo que la Tierra tarda en completar una vuelta (día sideral) es de 23h, 56 min, 4.09s.

$$\Omega_{ie} = \frac{360^\circ}{23 + [56 + (4.09/60)]/60} = 15.04106874 \text{ deg/h} \quad (2.15)$$

$$\Omega_{ie} = \Omega_{ie} \cos \mu \cdot j + \Omega_{ie} \sin \mu \cdot k \quad (2.16)$$

Se ha discutido la importancia de definir claramente los cambios de coordenadas y los signos en los giros. De todos los sistemas de cambios, se ha demostrado la robustez de utilizar los ángulos de Euler como principal herramienta de cambio de coordenadas, por su simplicidad. Si bien es cierto que una vez definida una matriz de cambio, da igual el método empleado para obtenerla, porque para todos ellos es la misma matriz.



## 3 Sensores

En este capítulo se van a describir brevemente los diferentes sensores que se utilizan en la plataforma: acelerómetro, magnetómetro, giroscopio y GPS y además se va a caracterizar el modelo del error que afecta a sus medidas. Estos sensores han aportado los datos experimentales que se han utilizado en el proyecto, pero no se van a analizar en profundidad, porque no es este el objetivo.

Una vez explicados los cuatro sensores embarcados en el UAV y planteado su modelo de error, se va a describir su implementación en la plataforma, y la circuitería que hay para almacenar todas estas medidas.

Además de la caracterización de las medias y del breve resumen de cómo funcionan estos sensores, también se describirán las condiciones en las que estos sensores van a trabajar, es decir, todos los factores que puedan alterar de alguna manera estas medias al embarcar los sensores en la plataforma del avión. Ya se verá que este factor es crítico a la hora de decidir si las medidas de los sensores son fiables y si existe algún mecanismo para evitar estas alteraciones.

Algunos de estos dispositivos, tienen salidas analógicas y que deben digitalizarse para su almacenamiento. La entrada de datos, por tanto tendrá una ganancia adicional a la del propio dispositivo que también se debe tener en cuenta:

$$x = \frac{\Delta V}{2^n} x_0 = G_{DAC} x_0 \quad (3.1)$$

En el diseño, se ha utilizado un ADC de 16 bits con un margen de tensiones de entrada de 0 a 5 V. La ganancia necesaria es por lo tanto  $G_{DAC}=5/2^{16}$ . Este término, aparece en todos los sensores que han sido digitalizados y se va a tener en cuenta a la hora de calcular la ganancia. Es decir, el modelo de los sensores siempre supondrá que se transforma directamente de las lecturas almacenadas, esto es, en formato binario y se aplican las transformaciones necesarias para que las unidades de los datos sean consistentes con las unidades de medida utilizadas en el bloque de procesado. Uno de los factores que aparece siempre en la conversión de sensores analógicos, será la ganancia de conversión de digital a analógico  $G_{DAC}$ .

### 3.1 Acelerómetro

Existen varios tipos de acelerómetros dependiendo de cómo miden los valores de la aceleración. Se ha utilizado el sensor inercial LIS3L02AS4 de la casa STMicroelectronics, que es un acelerómetro lineal en 3 ejes. La medida de la aceleración se basa en la variación de una capacitancia en el interior del chip. Se trata de un MEMS que suspende partículas de silicio, ancladas en un punto fijo, que se mueven libremente en el eje de medición. Cuando una aceleración actúa, toda esta masa de partículas se desplaza respecto a su posición de origen y crea un desequilibrio en la capacitancia, que se mide y da información de la aceleración que está actuando en ese eje.



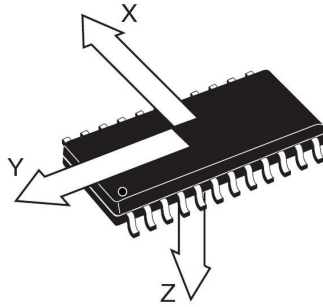


Fig. 3.1 Encapsulado del LIS3L02AS4 y esquema de la orientación de los ejes de medida.

### 3.1.1 Modelo del acelerómetro

Este dispositivo mide aceleración en unidades de  $[m/s^2]$ . Se trata de un dispositivo analógico que mediante un escalado de la tensión a su salida, nos da información de la aceleración en cada eje. El factor de escala y el *bias* son parámetros que da la hoja de especificaciones del fabricante. Por *bias* se entiende el error sistemático que aparece en las medidas y que es diferente del error aleatorio. Este es un término que aparece en prácticamente todas las descripciones de los sensores realizadas en este capítulo.

Sin embargo, tanto el *bias* como el factor de escala, no son constantes, se van a modelar como la suma del valor asignado por el fabricante y una variable aleatoria que representa la variabilidad que estos factores tienen en la salida del sensor. Además de los parámetros del sensor, se le debe sumar una componente de ruido blanco Gaussiano  $n_{acc}$ .

$$a = G_{acc} a_0 - (B_{acc} + b_{acc}) + n_{acc} \quad (3.2)$$

Siendo  $G_{acc}$  el factor de escala que multiplica la entrada  $a_0$ , que es la salida directa de los datos del sensor almacenados y  $a$  el valor de la aceleración perfectamente calibrada. Ya se comentó de dónde viene la ganancia de conversión  $G_{ADC}$ . Según el fabricante, si se utiliza el sensor para que opere en el rango de aceleraciones de  $6g$ 's, entonces su ganancia es de  $15/V_{DD}$   $[g/V]$ , siendo  $V_{DD}$  la alimentación del sensor (3.3V). Finalmente, se quiere operar las medidas en unidades del sistema internacional, de ahí que se añada el factor de conversión de  $g$ 's a  $m/s^2$ .

$$G_{acc} = G_{DAC} \times \frac{15}{V_{DD}} \times 9.8 \quad (3.3)$$

El margen de voltajes a la salida del sensor va de 0 a  $V_{DD}$  V, pero igualmente se incluyen aceleraciones negativas, así que se debe corregir esta constante, que el fabricante especifica como:

$$B_{acc} = \frac{V_{DD}}{2} \times 9.8 \quad (3.4)$$

La variable aleatoria  $b_{acc}$  se ha calculado empíricamente. A partir de las medidas del acelerómetro realizadas antes del recorrido y en condiciones estáticas se ha estimado cuál debe ser el *bias* adicional que afecta al sensor en ese momento.

La ganancia también se ve afectada por pequeños cambios de un experimento a otro, pero se ha considerado que no era necesario modelarla y simplemente se ha dado como correcto el valor del fabricante. Ya se comentará más adelante cuáles son las repercusiones de este modelo y sus posibles ampliaciones.

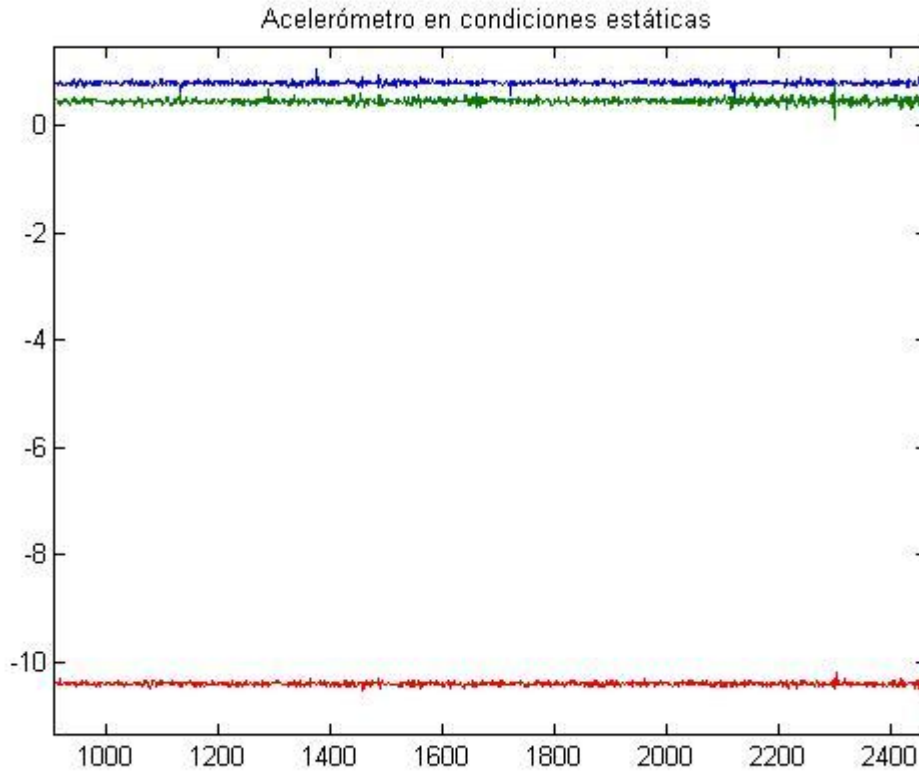


Fig. 3.2 Medidas del acelerómetro en condiciones de estática ( $m/s^2$ ).

Como se puede ver en la Fig. 3.2, los valores de la aceleración se han pasado al Sistema Internacional ( $\text{m/s}^2$ ). A partir de este vector de medidas, que corresponde a las lecturas de los acelerómetros antes de una campaña de adquisición, con una ligera inclinación en el ángulo de *pitch*. Se ha realizado una calibración de la estadística de la señal y de los *bias*  $b$  en cada uno de los ejes. Es importante señalar que si se repiten las medidas en estática, las constantes de calibración de la aceleración cambian. Incluso los *bias* cambian en un mismo experimento dependiendo de la dinámica del sistema. Este es un problema bastante grave porque un *bias* variable con el tiempo, no sólo con el experimento, hace que los resultados obtenidos únicamente de integrar INS para obtener una posición sean poco fiables y en un tiempo relativamente reducido, hagan divergir el sistema. Una posible solución, que se ampliará mas adelante, es la estimación del *bias* como vector de estados del filtrado. Así se podrá seguir su valor y se evita que la solución diverja.

|                                     | Eje X  | Eje Y  | Eje Z                  |
|-------------------------------------|--------|--------|------------------------|
| Bias $b$ [ $\text{m/s}^2$ ]         | 0.01   | 0.5    | -0.6468                |
| $\sigma_n^2$ [ $(\text{m/s}^2)^2$ ] | 0.0014 | 0.0021 | $0.0921 \cdot 10^{-4}$ |

Tabla. 3.1 Estadística de la señal del acelerómetro en estática

Los datos de la Tabla. 3.1 son sólo válidos para las condiciones de medida que se dieron el día de la prueba. Si se repitiese el experimento, sería necesario volver a calibrar estos parámetros, que aunque no variarían mucho, sí lo suficiente.

### 3.2 Magnetómetro

El magnetómetro que se ha utilizado es el HMC2003 de la casa Honeywell. Es un sensor que mide la intensidad de campo magnético en 3 ejes. Gracias a estas 3 medidas se obtiene un vector de campo que da información del ángulo de azimut

del móvil o de su actitud. Vendría a ser la versión ampliada a 3 dimensiones de la brújula, pero este instrumento es capaz de distinguir giros en los ejes de *roll* y *pitch*.

El campo se mide a través unas magneto-resistencias que cambian su valor en función del campo que las atraviesa en su dirección.

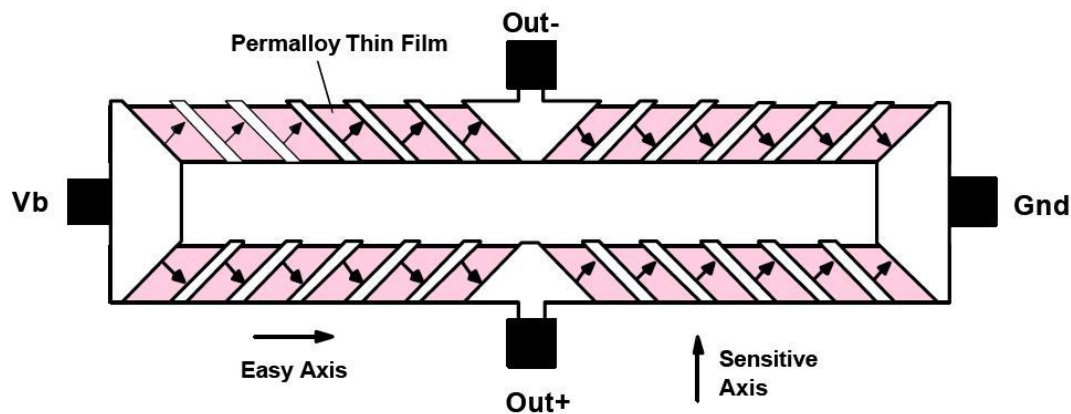


Fig. 3.3 Magneto-resistencia

### 3.2.1 Campo Magnético Terrestre

Para entender mejor el funcionamiento de este dispositivo y utilizarlo correctamente en aplicaciones de navegación, es necesario estudiar cómo actúa el campo Magnético Terrestre.

La Tierra actúa como un dipolo, pero no está alineado con sus ejes de rotación. Por eso siempre aparece un término de Declinación, que es la separación entre el norte magnético y el norte geográfico. Por Norte magnético se entiende aquella región de la tierra donde las líneas de campo son perpendiculares a la superficie terrestre. El campo magnético de la tierra se puede describir con 7 parámetros: declinación, inclinación, intensidad horizontal, componentes X (apuntando al norte geográfico) e Y (apuntando al Este) en el plano horizontal, intensidad vertical e intensidad total.

El valor de este campo en medida absoluta oscila entre los 25,000 y los 65,000 nT (100,000 nT = 1 gauss).

Gracias a las medidas en los 3 ejes del campo magnético, se puede calcular la orientación relativa de un objeto. En el caso de una brújula, siempre se supone que se mide en el plano horizontal a la Tierra para obtener la dirección del norte. Los compases magnéticos, utilizan un inclinómetro como referencia de posición para calcular la orientación de un objeto. De esta manera resulta sencillo calcular los ángulos de *roll* y *pitch* y posteriormente hacer la compensación de los ejes de campo magnético para calcular el *heading*.

El problema que se nos presenta a nosotros, es que la dinámica del avión hace muy complicado utilizar un inclinómetro en condiciones de movimiento del móvil. El inclinómetro es un acelerómetro que calcula la dirección del campo gravitatorio, pero cuando el móvil acelera y gira, este vector no es tan fácil de encontrar y queda enmascarado por otras aceleraciones.

Asimismo, utilizar la actitud estimada por los giroscopios para poder corregir las medidas del magnetómetro, no es conveniente pues puede provocar un bucle recurrente donde los propios resultados son los datos que se necesitan para calcularlos...

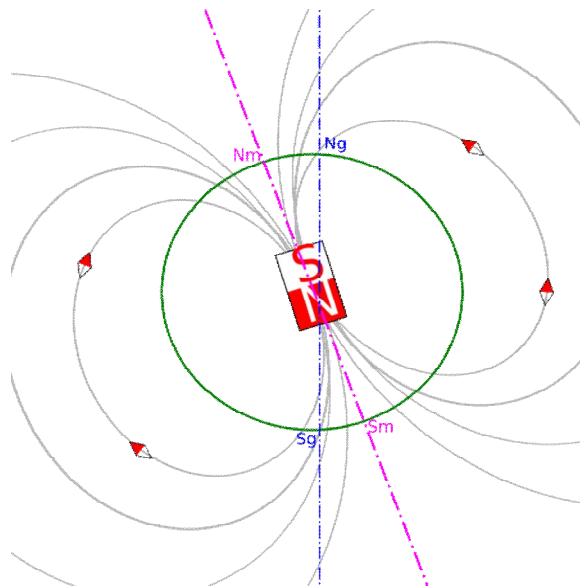


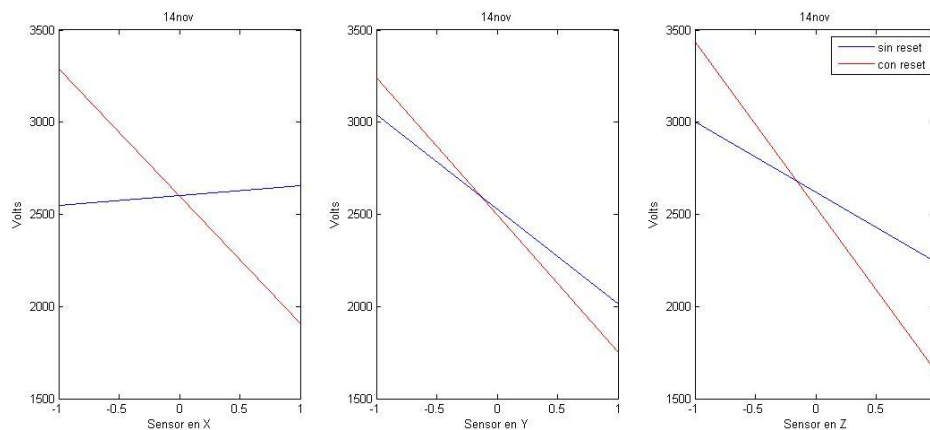
Fig. 3.4 Líneas de campo terrestre.

### 3.2.2 Caracterización del error del magnetómetro

En las especificaciones del magnetómetro, se dice bien claro que cualquier campo que afecte a HMC2003 puede cambiar los valores de las magneto-resistencias y con ellos todas las medidas de campo que se hagan en adelante. Es por eso que el sensor está embarcado lo más alejado del resto de aparatos electrónicos del avión, en su cola.

Sin embargo, se detectaron algunas anomalías en las medidas del magnetómetro durante las campañas de vuelo. Sin causa aparente, el sensor estaba descalibrado. El problema principal era que la ganancia en los 3 ejes era completamente diferente y esto hacía poco útil la información que se leía.

Se decidió hacer un estudio en profundidad del magnetómetro para averiguar si aún se podría contar con este instrumento. El primer paso fue caracterizar las medias en estática e ir añadiendo componentes al problema hasta llegar a la solución final, es decir, con el sensor embarcado en el avión y ver en que punto del proceso se desvirtuaban las medidas del magnetómetro y si era posible arreglarlo.



*Fig. 3.5 Ganancias de los 3 ejes del magnetómetro antes (azul) y después de la calibración (rojo).*

La Fig. 3.5 representa los resultados de la primera prueba que se hizo con el magnetómetro. Consistía en medir el campo magnético terrestre alineando cada uno de los ejes de medida del magnetómetro con la dirección natural del vector de campo. Según el modelo de campo terrestre, en la localización donde se hicieron las medidas, el campo magnético tenía una inclinación de  $56^{\circ}46'$  y una declinación

con respecto al norte verdadero de 18' Oeste. Así que para medir cada uno de los ejes, se puso el magnetómetro sobre una plataforma con esta inclinación y cuidadosamente preparada para que ningún material magnético estuviera cerca.

Cada eje se midió por sus dos sentidos (dándole la vuelta) y estas medidas son los puntos que se utilizaron para dibujar la gráfica. El valor del cero se ha sacado por interpolación, y es un dato importante para luego calcular el *bias* exacto en cada eje.

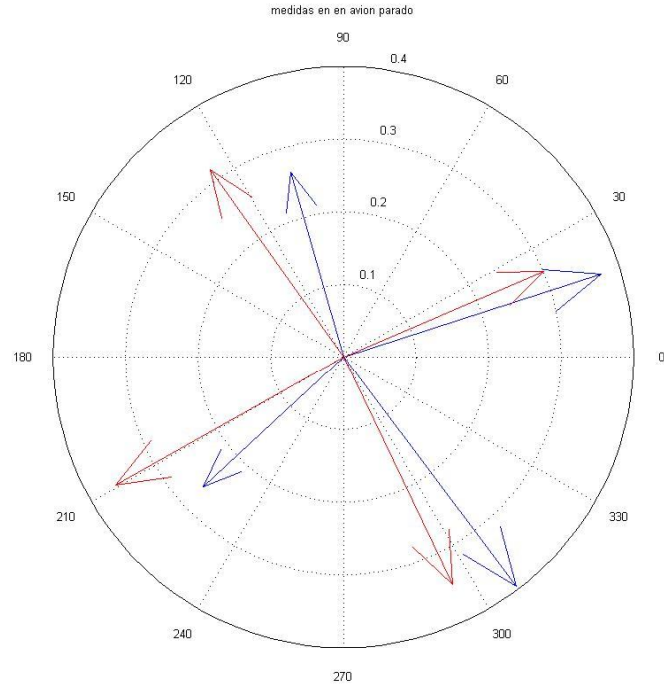
Viendo la Fig. 3.5 es normal entender por qué las medidas no habían sido buenas. Las gráficas azules son las primeras medidas que se hicieron al sacar el sensor del avión y medir directamente. El eje X había perdido su polaridad y tenía la ganancia muy reducida, que era la causa de que los resultados con el magnetómetro fueran totalmente incorrectos.

Para solucionar este problema se ha diseñado un circuito de reset de los magneto-resistores (anexo II). El circuito no es más que un generador de un pulso de corriente, lo suficientemente elevada (16V) como para reordenar y realinear magnéticamente los componentes de la magneto-resistencia.

Lo que nos hace pensar hasta que punto es conveniente integrar este circuito de reset al HMC2003 y con qué frecuencia debería hacerse el reset del instrumento.

Una vez calibrado el magnetómetro, se hizo otra prueba, esta vez midiendo desde el avión. Se giró el avión dando una vuelta completa en intervalos de 90°.

La Fig. 3.6 representa la alineación del avión en cada una de las posiciones en las que se le hizo girar. En la figura aparecen dos medidas, la orientación sin corrección y con corrección utilizando los resultados del experimento anterior (Fig. 3.5). A priori se piensa que el sensor está perfectamente calibrado después del reset y si se aplican los parámetros estándar que propone el fabricante, se obtiene la solución en azul. La solución en rojo se hizo después de procesar los datos con la calibración.



*Fig. 3.6 Orientación del avión en una vuelta completa, a intervalos de 90 grados. Los vectores azules representan los ángulos sin corregir y los rojos, aplicando la corrección adecuada a cada eje.*

Esta solución es mucho mejor, se aprecian los saltos de aproximadamente 90 grados y la perpendicularidad entre las diferentes posiciones, a diferencia de la solución antes de la calibración (azul) no se veía. Aún hay errores pero la mejora proporcionada por la calibración es evidente.

### 3.2.3 Modelo del magnetómetro

Se va a utilizar un modelo de errores del magnetómetro muy parecido al que se ha utilizado con el acelerómetro (3.2).

$$m = (G_m g_m) m_0 - (B_m + b_m) + n_m \quad (3.5)$$

Esta vez, el parámetro de Ganancia se ha modelado como la multiplicación de la ganancia especificada por el fabricante  $G_m$  y la ganancia  $g_m$  que se ha encontrado por calibración a partir del estudio realizado en 3.2.2. En este modo de



funcionamiento, la ganancia de fabricante es la unidad, y los voltios a la salida del magnetómetro son los gauss de campo magnético.

$$G_m = G_{ADC} \quad (3.6)$$

$$g_m = \begin{bmatrix} 1.0743 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1.20537 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Cuando se caracterizó la ganancia y se normalizó para obtener (3.7), se podría haber calculado también la ganancia cruzada de cada eje. No obstante y aunque hubiese sido un dato interesante, no se pensó que fuera necesario para caracterizar el modelo de error del instrumento. Haciendo un breve adelanto de las conclusiones, una caracterización exhaustiva de los sensores es necesaria para obtener resultados fiables.

$$B_m = 2.5 \quad (3.8)$$

El *bias*  $B_m$  especificado por el fabricante, es justo la mitad de la tensión de alimentación, como en muchos sensores.

Los parámetros aleatorios del *bias*  $b_m$ , son los que se han calculado en 3.2.2 y el cálculo de la varianza del ruido se ha hecho estadísticamente a partir de las medidas en estática que se hicieron con el magnetómetro antes de una campaña de adquisición.

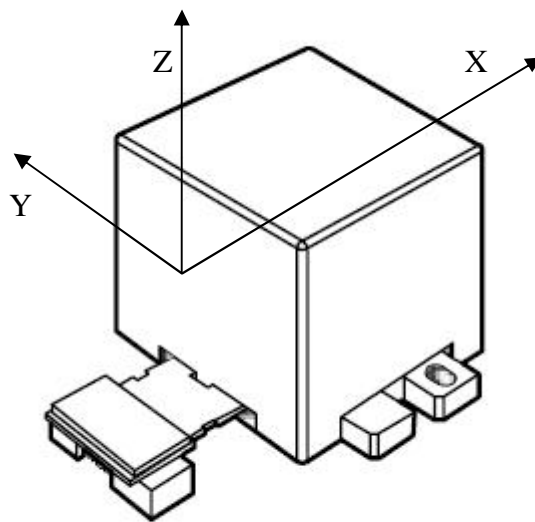
|                                | Eje X               | Eje Y               | Eje Z               |
|--------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Bias $b_m$ [gauss]             | 0.0985              | -0.003              | 0.097               |
| $g_m$ Ganancia                 | 1.0743              | 1                   | 1.20537             |
| $\sigma_n^2$ [g <sup>2</sup> ] | $1.9 \cdot 10^{-5}$ | $2.1 \cdot 10^{-5}$ | $2.2 \cdot 10^{-5}$ |

Tabla. 3. 2 Estadística de las variables aleatorias del modelo de magnetómetro

### 3.3 Giroscopio

Se ha embarcado en el avión el ADIS16350, que integra acelerómetro en 3 ejes con giroscopio en 3 ejes, ambas medidas de 14 bits y con salida a través de un puerto digital SPI. Las medidas del acelerómetro no se han utilizado, ya que el sensor que había antes es más preciso a pesar de la digitalización y sólo se utiliza el ADIS como giroscopio. El giroscopio embarcado transforma la fuerza generada por un movimiento angular en una señal eléctrica proporcional a ella. Gracias a estos sensores se puede conocer la velocidad de giro de un móvil y por tanto, también su orientación.

El ADIS utiliza iMEMS, igual que el acelerómetro y su funcionamiento se basa en el principio del giroscopio resonador. De manera muy resumida, a través de una estructura resonante (microestructura) se mide la fuerza de Coriolis que aparece cuando se gira, en forma de variaciones en la resonancia. Esta variación es cuantificada por una capacitancia y procesada para generar una salida eléctrica que nos sea conocida.



*Fig. 3.7 Esquema del giroscopio ADIS y sus ejes de medida*

El giroscopio es el único sensor que no ha sido necesario digitalizar porque el ADIS ya daba una salida digitalizada de 14 bits. Sí que ha sido necesario programar un microcontrolador PIC para que interroga vía SPI al giroscopio y dé las medidas de giro.

Los ejes dibujados son los ejes sobre los que se miden los giros y estos giros están hechos en sentido dextrógiro.

### 3.3.1 Modelo de giroscopio

Como modelo de error se va a utilizar uno parecido al del acelerómetro:

$$g = G_g g_0 - (B_g + b_g) + n_g \quad (3.9)$$

Las unidades en que se mide la variación de giro son [rad/s]. El fabricante da sus especificaciones referidas a grados, pero para procesar los datos es más interesante expresarlos en radianes.

$$G_g = 0.018315 \times \frac{2\pi}{360} \quad (3.10)$$

Se trabaja en modo de  $\pm 75^\circ/\text{s}$  en todos los canales, que es la configuración por defecto para el giroscopio ADIS, por lo tanto el fabricante nos facilita este número. Como se ha comentado más arriba, se quiere trabajar en radianes, de ahí que se aplica el factor de conversión de grados a radianes.

Ya se ha comentado que el ADIS trabaja con una interfaz serie y su salida es digital. Este es el único de los sensores al que no será necesario aplicarle el factor  $G_{ADC}$ , pero la codificación de los datos está en complemento a 2.

El *bias*  $B_g$  es nulo y la componente aleatoria del *bias*  $b_g$  se ha calculado igual que en el apartado anterior, estimando su valor en un vector de datos de medidas cuando la plataforma estaba en reposo.

|                                  | Eje X                  | Eje Y                  | Eje Z                  |
|----------------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| Bias $b_g$ [rad]                 | 0.0045                 | -0.008                 | -0.0037                |
| $\sigma_n^2$ [rad <sup>2</sup> ] | $2.4473 \cdot 10^{-5}$ | $1.5596 \cdot 10^{-5}$ | $3.3791 \cdot 10^{-5}$ |

Tabla. 3. 3 Estadística de las variables aleatorias del modelo del giroscopio.

### 3.4 GPS

Se va a hacer un breve resumen del funcionamiento del GPS y la caracterización de su error. A efectos prácticos, sólo se van utilizar los resultados de posición y velocidad que da el receptor GPS.

El GPS es un sistema de navegación de satélites, mantenido por el Departamento de Defensa de EEUU (DoD). La constelación actual de GPS consiste en 28 Satélites (II/IIA/IIR), que ocupan 6 planos orbitales inclinados 55 grados con respecto al ecuador. Los satélites de GPS envían mensajes de navegación y ofrecen un sistema de navegación global, ininterrumpido e independiente del clima. La idea que hay detrás es garantizar, con todos estos satélites en órbita, que siempre habrá al menos 4 satélites visibles para el usuario y así se podrán calcular los 4 parámetros desconocidos que son  $x$ ,  $y$ ,  $z$  y el tiempo. Toda esta tecnología se basa en la sincronización y precisión de los relojes que hay en cada satélite y en el conocimiento de la posición de los satélites, sino el sistema no funcionaría.

Para solucionar el problema de la posición de cada satélite, dentro del mensaje que se emite en la frecuencia asignada, está incluida información de sus efemérides. Las efemérides no es más que una serie de parámetros que dan información de la elipse orbital que está haciendo el satélite.

Es por eso, que el DoD tiene varias bases distribuidas por el planeta, que se encargan de la corrección de los parámetros de los relojes de los satélites, de los parámetros de las efemérides que transmite cada satélite (que se actualizan cada pocas horas) y del buen funcionamiento del sistema en general.

### 3.4.1 Caracterización del error

Reloj del satélite: a pesar de que los satélites tienen relojes muy precisos (cesio y rubidio) y aunque estos parámetros se monitoricen continuamente desde tierra, introducen un error.

Predicción de las efemérides: está claro que el mensaje que envían los satélites con sus efemérides no es más que una estimación, que contiene cierto error residual. Además, las efemérides se actualizan cada cierta hora y este parámetro dependería también del tiempo, ya que se degradaría más la información cuanto más tiempo pase.

Retardo ionosférico: la ionosfera es un medio dispersivo localizado en la región de la atmósfera situada entre 70 y 1000 Km. de altura sobre la superficie de la tierra, al tratarse de un medio dispersivo, el retardo además de ser función del índice de refracción depende de la frecuencia.

Retardo troposférico: la troposfera es un medio no dispersivo situado en la parte más baja de la atmósfera. Al no ser dispersivo, el retardo depende únicamente del índice de refracción que es función de la temperatura, la presión, y la humedad relativa local, pero no depende de la frecuencia. Por tanto la única forma de reducir este error es estimar el retardo troposférico mediante los modelos y observaciones meteorológicas locales.

Ruido y resolución del receptor: teniendo en cuenta que la señal de GPS se recibe con una potencia de entre -154 y -166 dBW, hay que considerar el ruido interno del receptor. Otra fuente de error se debe a que la resolución temporal del correlador del receptor no es infinita.

Propagación multicamino y 'shadowing': el multipath únicamente es importante cuando en los esquemas de transmisión el retardo con el que llega la señal interferente es menor que el periodo de chip.

Al final, todas estas fuentes de error se traducen, según la hoja de especificaciones del Lassen™ iQ GPS Receiver de Trimble, en una precisión de las medidas tal que el error cumple estas especificaciones:

Horizontal:  $< 5 \text{ m (50\%)}$  y  $< 8 \text{ m (90\%)}$

Altitud: < 10 m (50%) y < 16 m (90%)

Velocidad: 0.06 m/s

Utilizando estas especificaciones y modelando el error del GPS como una variable aleatoria guassiana, se puede calcular la varianza de estas medidas utilizando una tabla de la función normal.

$$\sigma_{horizontal}^2 = 23.65m^2$$

$$\sigma_{vertical}^2 = 94.6025m^2$$

Hay que señalar que cuando se habla de plano horizontal y altura, el GPS asume que está trabajando en un sistema de coordenadas de longitud, latitud y altura, pero la orientación de los ejes coincide con el sistema de coordenadas de navegación, donde el plano horizontal es tangente a la superficie y el eje de altura apunta hacia abajo (NED).

### 3.5 Integración de los sensores en la plataforma del avión

En los apartados anteriores se ha descrito cada uno de los sensores que hay embarcados en la plataforma del avión. En este apartado, se va a describir, cómo están estos sensores embarcados y que consideraciones se tienen a la hora de procesar las medidas.

Un punto importante será el de unificar todos los ejes de coordenadas. Cada sensor tiene su propia orientación de los ejes de medidas y no tiene porqué coincidir con los otros. La orientación de cada sensor aparece en la Fig. 3.8 y como se explica también en el apartado 6.1, para compensar la desalineación entre los ejes de los sensores, simplemente se aplica un cambio de coordenadas o un cambio de ejes.



Fig. 3.8 Foto de la distribución de los sensores con sus ejes. Todos los ejes deben cambiar de orientación con tal de respetar los ejes de coordenadas del avión.

En color azul, cerca de la cola, está el magnetómetro, para evitar interferencias magnéticas. En verde están representados los ejes del ADIS y en rojo, los ejes del acelerómetro, ambos sensores embarcados en la cavidad del avión, a la altura de las alas. El objetivo de los cambios de coordenadas, es que de cara al procesado y filtrado, todos estos cambios sean transparentes y todas las medidas estén alineadas en los ejes de coordenadas del sistema de *Body* del avión (*b-frame*).

$$C_{mag}^b = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

$$C_{giro}^b = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

$$C_{acc}^b = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Estas ecuaciones multiplican la salida de cada sensor, para que cuando se procesen las medidas, no se tenga que hacer la transformación, es decir, una vez aplicados estos cambios, todas las medidas están en coordenadas de *body* y no habrá necesidad de preocuparse.

Ya se ha visto dónde están situados los sensores pero es igualmente importante cómo están interconectados y qué circuitería hay detrás para que su salida, recordemos analógica en el caso de dos de ellos, se almacene y se pueda procesar luego.

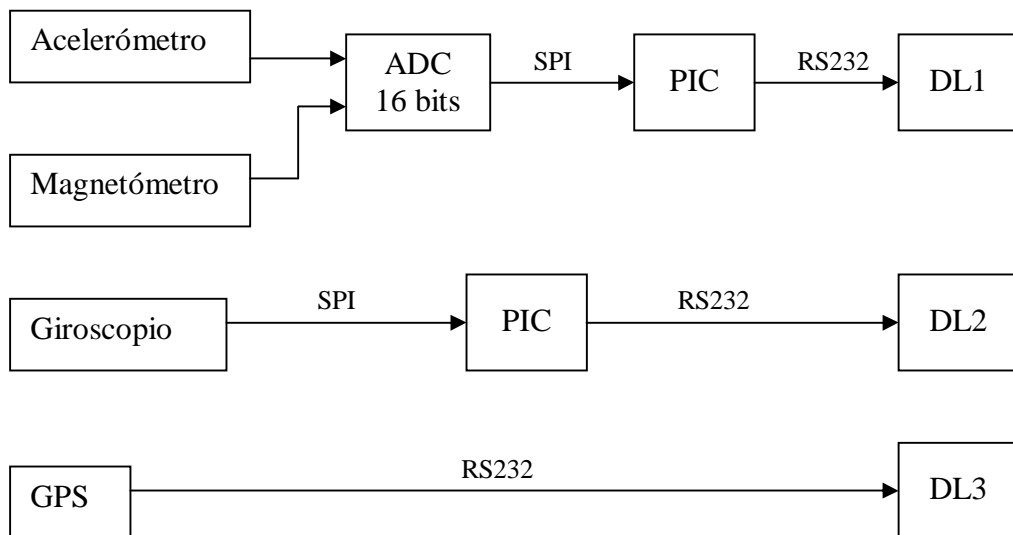


Fig. 3.9 Esquema de bloques del sistema de almacenamiento de los sensores.



El acelerómetro y el magnetómetro, los dos sensores analógicos que se han embarcado en el avión, se conectan a un ADC de 16 bits. Este ADC se comunica con un procesador PIC a través de una conexión SPI (Serial Peripheral Interface Bus) y la función del PIC (18F4520) es exclusivamente gestionar la entrada digitalizada de los sensores y enviársela a un dataloger (DL1) a través del protocolo RS232. Sólo con esta entrada, el dataloger ya gestiona los datos y los almacena en una memoria Flash.

Para los otros sensores, el esquema es más sencillo, el giroscopio (ADIS) ya tiene la salida digitalizada y solo hace falta un PIC para intercomunicarlo con el DL2 y el GPS ya tiene salida RS232, así que directamente se conecta a otro dataloger. En total hay 3 datalogers.

La tasa de información no es la misma para todos los dispositivos, los sensores inerciales y el magnetómetro trabajan a 48 muestras por segundo mientras que el GPS sólo 1 por segundo.

Hay que destacar que la calibración es diferente en cada experimento y varía con el tiempo. Es decir, estas medidas son sólo válidas para la campaña de medidas que se hizo el 15 de Enero y cuando estas condiciones cambien, es muy posible que algunos de estos parámetros hayan cambiado también. De ahí la importancia de calibrar siempre los sensores siempre antes de realizar una campaña de medias.

Lo más relevante de este capítulo es la caracterización del error que se hace de cada sensor. Así pues, la caracterización del magnetómetro fue bastante completa, aunque eso obligara a realizar algunos pasos hacia atrás, pero el resultado invita a pensar que mereció el esfuerzo. Como conclusión, cuanto más minucioso sea el estudio y el modelo de cada sensor, más fiable serán sus resultados. Es algo totalmente obvio, pero nada despreciable cuando se trabaja con sensores de cuya exactitud dependen los resultados finales.



## 4 Actitud y Cinemática

En este capítulo se discute cómo se procesan los datos que recogen los sensores, es decir, lecturas de la aceleración, de la velocidad de giro y del campo magnético, todas ellas en el sistema de coordenadas de *Body* del avión. Se analizan los pasos que se siguen para convertir estos datos a coordenadas de navegación, que es el marco de referencia en el que se calcula la solución. Una vez está la información referida al sistema de coordenadas adecuado, se detallan las operaciones para calcular la solución de posición y actitud del sistema. El objetivo de este capítulo es obtener una salida de posición, velocidad y actitud del UAV a partir de las medias de los sensores. Es decir, una vez acabado el capítulo, se tratarán todos los resultados como un único bloque, llamado INS, cuya entrada sean los sensores y cuya salida sean la posición, velocidad y actitud del móvil en el sistema de referencia de navegación.

### 4.1 Cálculo de la actitud

La primera de las variables que se calcula es la actitud del móvil. Este vector es imprescindible para cálculos posteriores de la posición, ya que la matriz de cambio

de coordenadas depende directamente de él. Existen varios métodos para calcular la actitud. A continuación se explican dos de ellos.

El primero se basa en las medidas de los giroscopios y es un algoritmo acumulativo, donde la actitud anterior es necesaria para calcular la actitud presente.

El segundo método utiliza las medidas del magnetómetro, que son medidas absolutas para calcular la actitud del UAV. Es un sistema independiente de las condiciones iniciales, pero presenta el problema de que son necesarias las medidas de *roll* y *pitch* y precisamente estos son de los ángulos que se buscan.

#### 4.1.1 Cálculo de la actitud a partir de los giroscopios

Para calcular la actitud del móvil sólo se necesita conocer los valores de los giroscopios y el valor inicial de la actitud de la plataforma strapdown.

Haciendo el cambio de coordenadas a partir de los ángulos de Euler para las velocidades angulares de los giroscopios, se obtiene la ecuación diferencial, tal y como se explica en [5]:

$$\dot{E} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi \sec \theta & \cos \phi \sec \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Donde [p q r] son las variaciones en el giro de cada uno de los ejes, medidas por el giroscopio, es decir, las variaciones de giro en coordenadas de *body* y  $[\dot{\phi} \ \dot{\theta} \ \dot{\psi}]$  son las variaciones de los ángulos de Euler en sistema de coordenadas de Navegación. Como aproximación, esta matriz se construye a partir del valor de la actitud anterior. Se supone que de una muestra a la otra pasa un tiempo razonablemente pequeño (1/48 s) como para que no cambien tanto los valores de *roll*, *pitch* y *yaw*.

Este sistema de ecuaciones diferenciales presenta un problema añadido y es que cerca de  $\theta \approx \pm 90$  aparece una singularidad. Es lo que se conoce como *gimbal-lock*

y no debería ser tan raro encontrarse estos valores en el ángulo de *pitch*, por ejemplo, en ascensos o descensos muy pronunciados.

Se ha asumido que durante los tramos donde se requiere estimar la actitud del avión, las condiciones de vuelo nunca serán tan extremas como para llegar al *gimbal-lock*. Aún así, es interesante saber cómo se soluciona el problema de manera general. Aquí es donde entra en juego el sistema de Quaternions (anexo I), que no presenta este problema de bloqueo. Sin embargo, Rönnbäck [8] concluye en su trabajo, que un error en uno de los ángulos se propaga en todos los quaterniones, con lo que el error de transformar y destransformar no hace que sea tan buen sistema si y sólo si los valores del ángulo de *pitch* nunca llegan a valores de  $\theta \approx \pm 90^\circ$ .

Una vez obtenidos los diferenciales de los ángulos de Euler y contando con los valores iniciales del vector de actitud  $E$  se integra cada resultado para ir actualizando el valor de la actitud. Se aproxima a una integración en tiempo discreto (las medias se recogen cada periodo de tiempo) y se le suma el valor de la actitud en la muestra anterior. Así, el sistema es dependiente de los valores iniciales de este vector para que los cálculos sucesivos sean consistentes.

$$E(t) = \int \dot{E}(p(t), q(t), r(t)) dt \approx E[n-1] + \dot{E}[n] \Delta t \quad (4.2)$$

Una vez calculada la actitud  $E[n]$ , se puede calcular la matriz de cambio de coordenadas aplicando (2.9) o utilizar los valores de los ángulos por sí mismos.

#### 4.1.2 Cálculo de la actitud a partir de los magnetómetros.

Este método es mucho más directo pero se basa en que ya se conocen los ángulos de *roll* y *pitch* a partir de las medidas de los sensores inerciales (4.2).

Se trata de proyectar al plano horizontal, las componentes magnéticas medidas y una vez obtenidas, calcular el azimut (*yaw*) a partir de relaciones trigonométricas.

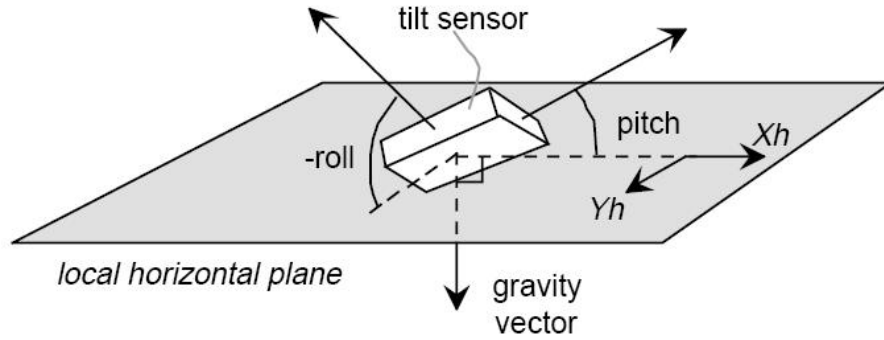


Fig. 4.1 Proyección de las componentes de campo magnético al plano horizontal. Imagen sacada de [10]

$$\psi = \arctan\left(\frac{-y_h}{x_h}\right) \quad (4.3)$$

Donde

$$x_h = x \cos \phi + y \sin \theta \sin \phi - z \cos \theta \sin \phi \quad (4.4)$$

$$y_h = y \cos \theta + z \sin \theta \quad (4.5)$$

El *heading*  $\psi$  se calcula a partir de la arctangente de los componentes horizontales del campo. Esta manera de resolver la orientación es la misma que se utiliza en algunos compases magnéticos electrónicos, donde con un magnetómetro y dos acelerómetros para calcular la inclinación, se obtiene el ángulo de azimuth. El problema es que nuestros acelerómetros, no solo miden la componente gravitacional en sus ejes, sino que cuando el vehículo está en funcionamiento, mide otras aceleraciones, con lo que sólo son válidas las medidas de *tilt* (inclinación) si el avión está en reposo.

## 4.2 Dead Reckoning con acelerómetros y giroscopios

El *Dead Reckoning* calcula la posición del vehículo a partir de los acelerómetros y los giroscopios únicamente. Está claro que después de mucho tiempo, este sistema acumulará un error considerable, ya que no tiene ninguna referencia global y se basa solamente en la integración de los acelerómetros y los giroscopios, ambos sensores inerciales. Como se plantea en los objetivos del trabajo, a través de la combinación de los sensores inerciales (INS) más las medidas absolutas de GPS y magnetómetro se espera obtener una solución óptima de precisión.

De cualquier manera, antes de combinar estos datos, se debe calcular primero la posición sólo a partir de los sensores inerciales, que en un periodo corto de tiempo tiene más precisión que cualquier sistema de localización global.

### 4.2.1 Cambio de las aceleraciones de *Body* a Navegación

Ya que se va a trabajar con magnitudes que están referidas a un sistema de coordenadas, de ahora en adelante, el subíndice indicará a qué marco se refieren dichas medidas. Así, las lecturas de los acelerómetros  $a_b = [a_x \ a_y \ a_z]^T$  están referidas al sistema de *Body* del avión.

El módulo del vector de gravedad  $g$  se va a suponer constante ya que el móvil está siempre afectado por valores parecidos del campo gravitacional.

$$g_b = \begin{bmatrix} g_x \\ g_y \\ g_z \end{bmatrix} = C_b^n \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -g \sin \theta \\ g \cos \theta \sin \phi \\ g \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

La plataforma inercial está en un sistema inercial que rota. Así que se debe corregir la fuerza resultante que aparecerá en las medias de los acelerómetros. La aceleración del sistema, referida a un sistema de coordenadas idealmente inercial respecto a la Tierra es:

$$a = \frac{\partial^2 r}{\partial t^2} \Big|_I + g \quad (4.7)$$

Donde el subíndice  $I$  indica que se trata de un marco referencia idealmente inercial.

2.2.2. Después de operar esta ecuación, siguiendo el desarrollo de [5], se obtiene el resultado donde se sustrae de la aceleración total, el efecto de Coriolis y la gravedad a la que está sometida la plataforma:

$$a_{Ib} = a_b - (\omega + \Omega) \times v_b - g_b \quad (4.8)$$

Se debe vigilar mucho con el significado de la ecuación (4.8). Realmente, no se ha hecho ningún cambio de coordenadas, ha sido un cambio puramente conceptual de  $a_b$  del sistema de *Body* a  $a_{Ib}$  referido a un sistema de *Body* teóricamente inercial.

En la ecuación,  $a_b$  es la aceleración medida por el acelerómetro, las omegas son la cantidad de rotación total del cuerpo debido a la rotación de la Tierra  $\Omega$  y del propio cuerpo  $\omega$ . El giroscopio no distingue entre estas dos rotaciones y mide las dos juntas.  $g_b$  es el vector de gravedad y  $a_{Ib}$  es la aceleración en coordenadas de *Body* una vez se han compensado de la aceleración de Coriolis y la gravedad.

$$\omega + \Omega = \begin{bmatrix} p & q & r \end{bmatrix}^T \quad (4.9)$$

La ecuación (4.8) desarrollada para cada eje:

$$a_{Ibx} = a_{bx} + v_{by}r - v_{bz}q + g \sin \theta \quad (4.10)$$

$$a_{Iby} = a_{by} - v_{bx}r + v_{bz}p - g \cos \theta \sin \phi \quad (4.11)$$

$$a_{Ibz} = a_{bz} + v_{bx}q - v_{by}p - g \cos \theta \cos \phi \quad (4.12)$$

Con estas ecuaciones se obtiene la aceleración bajo las condiciones de giro del sistema de coordenadas de navegación. Se aplica un cambio de coordenadas al vector de aceleración y se obtiene el vector de aceleración del móvil en coordenadas de navegación.

$$a_n = C_b^n a_{Ib} \quad (4.13)$$



### 4.2.2 Integración de las aceleraciones

Operar el vector de aceleraciones una vez están en el sistema de coordenadas de navegación resulta sencillo. Se trata de una aceleración en un sistema de coordenadas determinado y esta aceleración describe perfectamente la trayectoria del móvil. Por lo tanto:

$$v_n[n] = \int a_n dt \approx v_n[n-1] + a_n[n]\Delta t \quad (4.14)$$

Se integra la aceleración utilizando un integrador sencillo de orden 1 y se obtiene la velocidad

$$r_n[n] = \int v_n dt \approx r_n[n-1] + v_n[n]\Delta t \quad (4.15)$$

Se integra la velocidad para obtener la posición. Ambas integrales necesitan de las condiciones iniciales, que son las soluciones de la muestra anterior. De ahí que el error crezca a medida que pasa el tiempo, porque cualquier error en un instante de tiempo se propaga a todas las muestras siguientes y no hay manera de corregirlo.

### 4.3 Diagrama de bloques de la actitud y cinemática

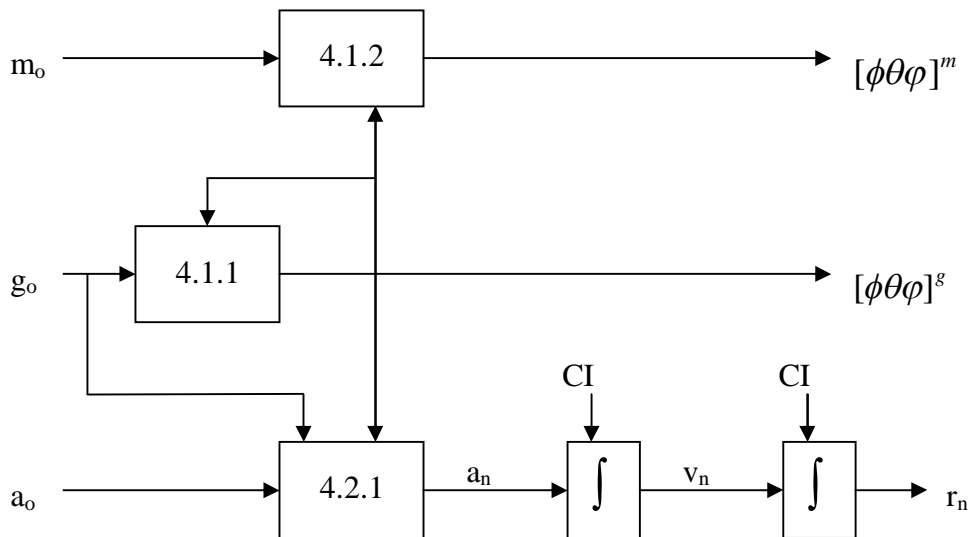


Fig. 4.2 Diagrama de bloques del procesamiento de la actitud y la cinemática

Como resumen del capítulo es interesante describir un diagrama de bloques donde se aplican las ecuaciones discutidas anteriormente y además se indica en qué orden se han realizado los cálculos.

En cada bloque se ha puesto el subapartado donde se ha explicado qué proceso seguir. Algunos de estos bloques hacen más de una operación y no se les ha asignado ningún nombre. De cara a capítulos posteriores, cuando se haga referencia al procesado de los datos, simplemente se tratará todo el diagrama de arriba como una caja negra, llamada INS cuyas entradas serán las lecturas de los sensores y cuya salida será la actitud, aceleración, velocidad y posición en coordenadas de navegación.

## 5 Filtro de Kalman

En este capítulo se introducirá brevemente el algoritmo de filtrado de Kalman. Gran parte de la explicación será referenciada y sólo aparecerán las ecuaciones básicas. También se hará una simulación simplificada de los modelos que se han utilizado en el proyecto a modo de verificación de que el algoritmo funciona correctamente.

El filtro de Kalman es una ampliación del algoritmo LMS de Mínimos cuadrados, pero más sofisticado. Imaginemos que dos personas caminan a velocidad constante, en direcciones contrarias por la misma calle. Imaginemos también que estamos adquiriendo la posición de ambas a la vez, por ejemplo con un radar o con algún otro instrumento. El método de mínimos cuadrados calcularía cuál es la posición a partir de la minimización del error y obtendríamos una gran precisión. Ahora, si se sigue vigilando el movimiento de estas dos personas hasta el momento en que se crucen, ¿cómo se puede asegurar que la posición de la persona 1 y de la persona 2 son correctas? ¿Cómo puede nuestro algoritmo diferenciar entre los 2 móviles una vez que se han cruzado?

Aquí es donde entra en juego el algoritmo de Kalman. Principalmente minimiza el error, pero lo hace basándose en más parámetros. Además predice cuál debería ser

la salida para el estado siguiente y da una estimación a partir de las medidas en el mismo instante de tiempo. Todas estas medidas tienen su propia estadística y dependiendo de cual sea más fiable, se otorga más peso a la predicción o a la estimación. En el fondo se integran estados redundantes para obtener información más precisa.

Así pues y volviendo al ejemplo anterior, en el momento en el que se cruzan, ambos móviles tendrán la misma posición, pero sus velocidades serán contrarias. El algoritmo dice que es muy difícil que hagan un cambio de velocidades tan brusco como para cambiar de signo, así que mantiene correctamente las trayectorias y no confunde a los dos móviles.

En este PFC, el filtrado de Kalman se utiliza para obtener la posición y la actitud del avión. No será tan sencillo como el ejemplo, por un lado están las medidas de los inerciales, que son muy precisas en un espacio de tiempo reducido y las medidas del GPS y del magnetómetro, cuyo error no aumenta con el tiempo, sino que es constante, pero tienen un error más grande.

### 5.1 Ecuaciones de Kalman

Todas las variables que el filtro de Kalman utiliza para estimar una solución óptima, se agrupan dentro de un mismo vector llamado vector de estado:

$$x = [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad \dots \quad x_n]^T \quad (5.1)$$

El vector de estado incluye no sólo los parámetros deseados, sino además aquellos que se han añadido al filtro con tal de introducir redundancia al problema. El vector de medidas, en cambio, es una agrupación de todas las variables cuya medida está disponible:

$$z = [z_1 \quad z_2 \quad z_3 \quad \dots \quad z_l]^T \quad (5.2)$$

Se suele dar el caso de que la dimensión ( $n$ ) del vector de estados  $x$  sea más grande que la dimensión ( $l$ ) del vector de medidas  $z$ . Ambos vectores, están relacionados de manera lineal tal que a partir del vector de estados, se calcula el vector de variables.

Esta es una de las ecuaciones de Kalman que describen el algoritmo.

$$z(t) = H(t)x(t) + v(t) \quad (5.3)$$

$$z_k = H_k x_k + v_k \quad (5.4)$$

$$v_k \sim N(0, R_k) \quad (5.5)$$

Se ha incluido la ecuación en forma continua y en forma discreta. Todos los cálculos que se han hecho han sido utilizando la forma discreta del filtro de Kalman, por eso, en adelante sólo se describirán las ecuaciones en el dominio discreto, aunque también existe para el dominio continuo.

La matriz  $H_k$  relaciona el vector de estados con el vector de medidas, el vector  $v_k$  es el ruido de medidas, siendo una variable aleatoria gaussiana, de media cero y su matriz de varianzas es  $R_k$ .

$$R_k = E\{v_k v_k'\} = \text{diag}(\sigma_{z_1}^2, \sigma_{z_2}^2, \dots, \sigma_{z_l}^2) \quad (5.6)$$

El método de filtrado de Kalman busca el estimador lineal y sin *bias*, con la varianza del error mínima y sin conocimiento a priori del estado a estimar. A través de la ecuación de estados se puede hacer la predicción de cuál es el valor del vector de estados  $x_k$  a partir de  $x_{k-1}$ .

$$x_k = \Phi_{k-1} x_{k-1} + w_{k-1} \quad (5.7)$$

$$w_k \sim N(0, Q_k) \quad (5.8)$$

La matriz phi  $\Phi$  da una relación entre el estado anterior del KF y el estado presente y es la solución de la ecuación diferencial que se presenta en (5.9). Este es el primer paso para la estimación óptima: una predicción sólo a partir de las medias del estado anterior.

$$\dot{x}(t) = F(t)x(t) + w(t) \quad (5.9)$$

Las ecuaciones del vector de estados del filtro de Kalman en el dominio continuo. Es necesario utilizar el dominio continuo para solucionar la ecuación diferencial y discretizar luego.

$$\Phi(t, \tau) = e^{F(t-\tau)} = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(t-\tau)^i}{i!} F^i \quad (5.10)$$

La solución de (5.10) es válida cuando  $F$  es una función invariante en el tiempo. Se va a tomar la linealización de primer orden como solución de la matriz  $\Phi$ :

$$\Phi = I + \Delta t F \quad (5.11)$$

El vector de ruido  $w_k$  también se tiene que modificar cuando se discretiza la matriz del vector de estados. Siendo:

$$Q = \text{diag}(\sigma_{x_1}^2, \sigma_{x_2}^2, \dots, \sigma_{x_n}^2) \quad (5.12)$$

la matriz de covarianza del vector de ruido en la forma continua de (5.9). Entonces, si se discretiza  $\Phi_k$  y siguiendo el desarrollo de [12], la matriz de covarianza del ruido queda de la forma:

$$Q_k = E\{w_k w_k'\} \approx \Phi_k Q \Phi_k' \Delta t \quad (5.13)$$

Una vez presentadas las ecuaciones de estado y de medias, se desarrolla el algoritmo. Partimos de la base que se busca un estimador  $\hat{x}$  que minimice el error cuadrático medio.

Siguiendo el desarrollo que hace Grewal en [7] se llega a la síntesis de las 5 ecuaciones de Kalman que definen el algoritmo. La secuencia en que son solucionadas estas ecuaciones es la misma en que aparecen escritas, aunque se trata de un algoritmo cíclico y no importa en que paso se empieza.

Estimación a priori:

$$\hat{x}_k(-) = \Phi_{k-1} x_{k-1}(+) \quad (5.14)$$

$$P_k(-) = \Phi_{k-1} P_{k-1}(+) \Phi_{k-1}' + Q_{k-1} \quad (5.15)$$

Además de calcular el vector de estado a partir del anterior, se actualiza la matriz de covarianza del error de la estimación a priori  $P_k(-)$ . Este cálculo no afecta directamente al vector de estados, pero es muy importante para ponderar la ganancia de Kalman.

Estimación a posteriori:

$$\hat{x}_k(+) = \hat{x}_k(-) + K_k [z_k - H_k \hat{x}_k(-)] \quad (5.16)$$

$$P_k(+) = [I - K_k H_k] P_k(-) \quad (5.17)$$

Ganancia de Kalman:

$$K_k = P_k(-)H'_k[H_kP_k(-)H'_k + R_k]^{-1} \quad (5.18)$$

Quizá la ecuación (5.18) sea la más característica del algoritmo y  $K_k$  se conoce como *Ganancia de Kalman*. Es gracias a esta ecuación que se ponderan los valores de las medidas y los valores de la predicción de estados y con tal de introducir el mínimo error a la solución, se da mayor peso a uno o a otro.

La figura siguiente es el diagrama de bloques del algoritmo. No está incluido el cálculo de las matrices de covarianza  $P_k(-)$  y  $P_k(+)$  pero también se tienen en cuenta, ya que en cada iteración se actualizan sus valores y cambian según cambie la estadística del sistema.

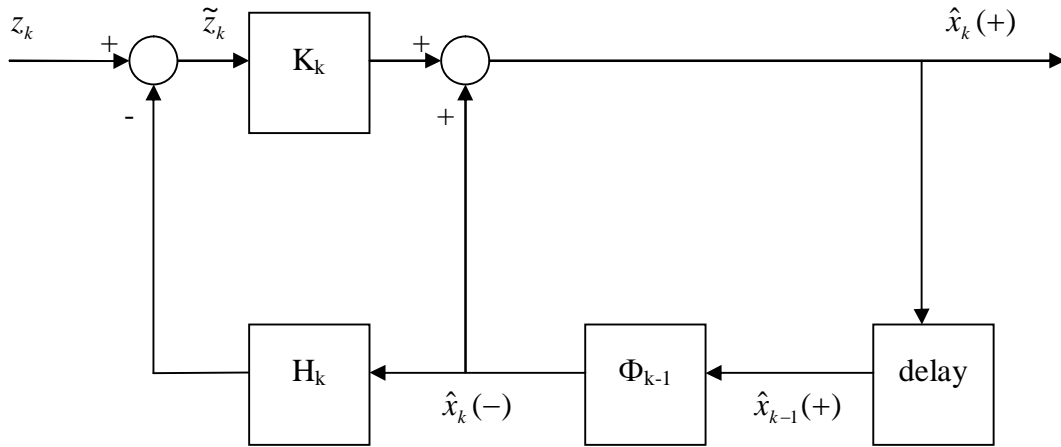


Fig. 5.1 Diagrama de bloques del Filtro de Kalman.

## 5.2 Aplicaciones no lineales del filtro de Kalman

Las ecuaciones que relacionan los estados del sistema han pasado a ser no lineales:

$$x_k = f(x_{k-1}, k-1) + w_{k-1} \quad (5.19)$$

$$z_k = h(x_k, k) + v_k \quad (5.20)$$

De la misma forma que antes, la estadística del ruido  $w$  y  $v$  es gaussiana y de media nula. Para resolver este sistema como un filtro de Kalman, es necesario linealizar estas funciones para poder aplicar el algoritmo descrito en 5.1.

Existen dos métodos para linealizar el sistema siendo ambos muy parecidos excepto por el punto alrededor del que se linealiza.

### 5.2.1 Linealización respecto a la trayectoria nominal

Sea una trayectoria la solución particular de un sistema estocástico. El término de trayectoria nominal se refiere, en este caso, a aquella trayectoria obtenida cuando las variables aleatorias tienen valores que son sus valores esperados. Por ejemplo, el vector  $x_k^{nom}$  que se obtiene de la ecuación:

$$x_k^{nom} = f(x_{k-1}^{nom}, k-1) \quad (5.21)$$

Tiene ruido cero y media  $x_0^{nom}$  que como condición inicial sería la trayectoria nominal para un sistema discreto en tiempo.

No siempre una solución será la trayectoria nominal, sino que se le añade un término de perturbación que representa los pequeños cambios que se producen respecto a la trayectoria nominal.

$$\delta x_k = x_k - x_k^{nom} \quad (5.22)$$

$$\delta z_k = z_k - h(x_k^{nom}, k) \quad (5.23)$$

Si la función  $f$  es diferenciable, entonces las perturbaciones de la trayectoria se pueden aproximar con las series de Taylor alrededor de la trayectoria nominal.

$$x_k = f(x_{k-1}, k-1) \quad (5.24)$$

$$\begin{aligned} &= f(x_{k-1}^{nom}, k-1) + \left. \frac{\partial f(x, k-1)}{\partial x} \right|_{x=x_{k-1}^{nom}} \delta x_{k-1} + \dots \\ &= x_k^{nom} + \left. \frac{\partial f(x, k-1)}{\partial x} \right|_{x=x_{k-1}^{nom}} \delta x_{k-1} + \dots \end{aligned} \quad (5.25)$$

Si suponemos que los términos de orden superior se pueden despreciar, entonces:



$$\delta x_k \approx \Phi_{k-1}^{[1]} \delta x_{k-1} + w_{k-1} \quad (5.26)$$

$$\Phi_{k-1}^{[1]} = \left. \frac{\partial f(x, k-1)}{\partial x} \right|_{x=x_{k-1}^{nom}} \quad (5.27)$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1}{\partial x_3} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_3} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x_1} & \frac{\partial f_3}{\partial x_2} & \frac{\partial f_3}{\partial x_3} & \dots & \frac{\partial f_3}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \frac{\partial f_n}{\partial x_3} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix}_{x=x_{k-1}^{nom}} \quad (5.28)$$

La matriz  $\Phi$  se puede representar como la derivada en  $x_{k-1}^{nom}$  de la función  $f$ .

De manera análoga al desarrollo de  $\delta x_k$ , se desarrolla la matriz  $H$ , es decir, se aproxima como la serie de Taylor, siempre y cuando  $h$  sea una función derivable y se evalúa en el punto de la trayectoria nominal. La matriz  $H$  tiene  $l$  filas y  $n$  columnas.

$$\delta z_k \approx H_k^{[1]} \delta x_k + v_k \quad (5.29)$$

A partir del cambio de variable (5.22) y con las ecuaciones (5.26) y (5.29) se ha modificado el sistema para que se aplique el filtrado de Kalman tal y como se ha explicado al principio del apartado. Un detalle importante del algoritmo es que se optimiza la perturbación de la medida y esto supone recomponer la señal a partir de la trayectoria nominal y de la salida del filtro de Kalman.

### 5.2.2 Linealización respecto a la trayectoria estimada

Este método es muy parecido al anterior. El problema de la linealización a partir de una trayectoria nominal, es que a veces, esta trayectoria es desconocida y por lo tanto, no se puede aplicar el algoritmo. En vez de asumir que se conoce parte de la solución, este método se basa en linealizar alrededor del estado estimado a priori y a partir de ahí, construir las matrices de los estados del filtro.

El planteamiento a seguir es idéntico al del apartado 5.2.1:

$$\Phi_k^{[1]} = \left. \frac{\partial f(x, k)}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}_k(-)} \quad (5.30)$$

$$H_k^{[1]} = \left. \frac{\partial h(x, k)}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}_k(-)} \quad (5.31)$$

Una vez definidas las matrices de estado del sistema, las ecuaciones quedan de la forma:

$$\delta x_k = \Phi_{k-1}^{[1]} \delta x_{k-1} + w_{k-1} \quad (5.32)$$

$$\delta z_k = H_k^{[1]} \delta x_k + v_k \quad (5.33)$$

Donde el término  $\delta x$  vuelve a denotar la diferencia entre el vector de estados real  $x$  y el estimado a priori  $x(-)$ .

### 5.3 Modelo forward

Este es uno de los modelos [8] que se han utilizado en el trabajo para integrar las medias de los inerciales y las del GPS/magnetómetro. Es la primera aproximación al problema y se ha utilizado una integración descentralizada (*Loose Integration*).

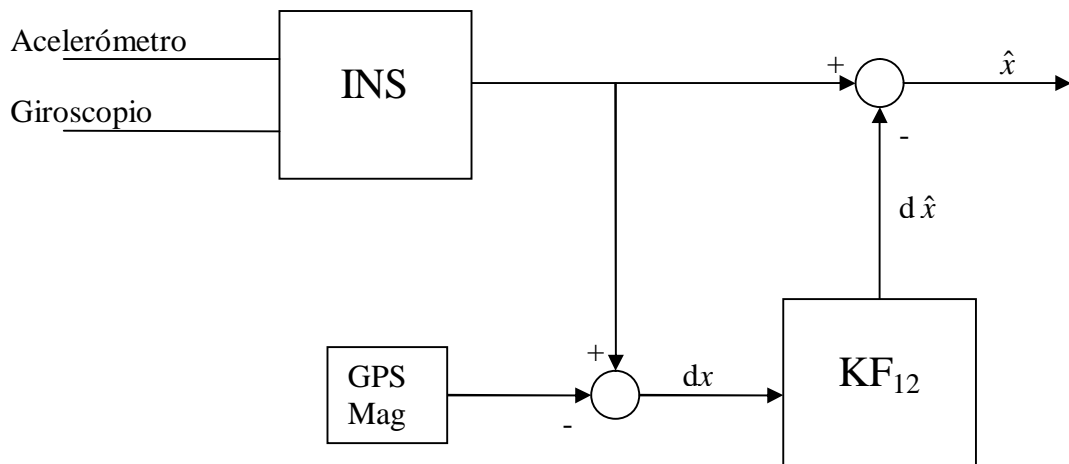


Fig. 5.2 Diagrama de bloques de la solución descentralizada forward

Una vez presentado el modelo, se ha verificado su funcionamiento con una simulación. Para ello, se ha utilizado un filtro de Kalman de 12 estados, donde:

$$x = [X \ Y \ Z \ v_x \ v_y \ v_z \ \phi \ \theta \ \varphi \ \dot{\phi} \ \dot{\theta} \ \dot{\varphi}]^T \quad (5.34)$$

$XYZ$  representan el vector posición en coordenadas de navegación (NED)

$v_x \ v_y \ v_z$  son las velocidades en el sistema de coordenada de navegación.

$\phi \ \theta \ \varphi$  son los ángulos de Euler del móvil desde los ejes del sistema de navegación.

$\dot{\phi} \ \dot{\theta} \ \dot{\varphi}$  son las variaciones de ángulos de Euler.

El vector de medias es:

$$z = \begin{bmatrix} X^{INS} - X^{GPS} \\ Y^{INS} - Y^{GPS} \\ Z^{INS} - Z^{GPS} \\ v_x^{INS} - v_x^{GPS} \\ v_y^{INS} - v_y^{GPS} \\ v_z^{INS} - v_z^{GPS} \\ \varphi^{INS} - \varphi^{mag} \end{bmatrix} \quad (5.35)$$

La matriz que relaciona el vector de estados anterior con el presente se ha construido de acuerdo con el apartado 5.1:

$$F = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (5.36)$$

$$\Phi_k = I + \Delta t \cdot F = \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} & \Delta t \cdot I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & \Delta t \cdot I_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (5.37)$$

La dimensión de  $\Phi_k$  es  $n \times n$  siendo  $12 \times 12$ . La matriz  $H_k$  de medidas, de acuerdo con el vector de estados, es de la forma:

$$H_k = \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 1} & 0_{3 \times 5} \\ 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 1} & 0_{3 \times 5} \\ 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & 1 & 0_{1 \times 5} \end{bmatrix} \quad (5.38)$$

Siendo  $H_k$  una matriz de dimensiones  $7 \times 12$ . Ambas matrices presentan una formulación muy simple. Esto es debido a que gran parte de las ecuaciones se han resuelto en el bloque de INS y las entradas del filtro de Kalman se han transformado a un marco de referencia único.

Otros modelos, en cambio, incluyen las ecuaciones descritas en el bloque de INS como propias del algoritmo de Kalman. Es lo que se conoce como integración *tight*, donde las entradas del Kalman son directamente las medidas de los sensores y todas las ecuaciones están integradas en un mismo filtro. Es sabido que cuanto mayor sea la integración, mejor será la solución. Algunos autores [8] evalúan los resultados de utilizar una integración *tight* frente a la integración *loose* siendo marginalmente mejor la *tight*.

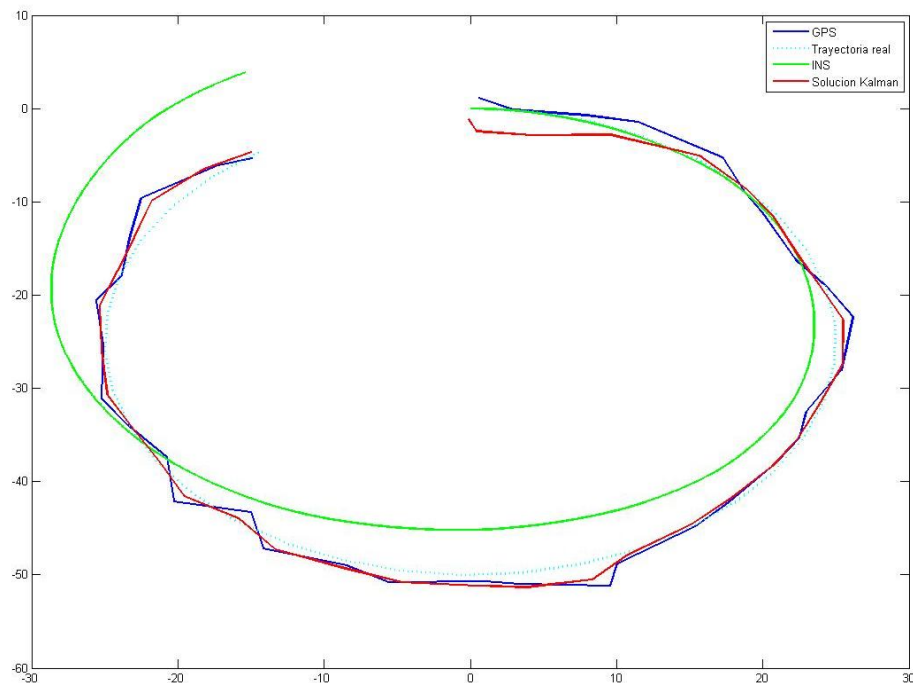


Fig. 5.3 Plano NE de la trayectoria del modelo forward.

Se ha simulado una trayectoria circular, para poder comprobar que efectivamente el algoritmo funciona. Este ha sido un requisito indispensable antes de procesar los datos reales del UAV porque nos asegura que, como mínimo, el procesado de Kalman que se realiza, no incluye ningún error a priori visible.

Como se observa en la Fig. 5.1 el filtro de Kalman reconstruye bastante bien la trayectoria simulada (en color rojo). La posición del GPS (línea azul) se ha simulado para que sea bastante buena, pero es inevitable que en algunos puntos se aleje demasiado de la trayectoria real (en turquesa, línea discontinua). Por último, se ve claramente que la integración sólo con inerciales (línea verde) no se sostiene durante un periodo de tiempo prolongado, incluso en un entorno controlado de simulación, donde ni hay *bias*, ni ganancias variables, sólo ruido de medida, la trayectoria que describe acaba divergiendo mucho de la solución deseada.

Uno de los problemas que presenta este modelo, es que todo el procesado de los inerciales (el bloque INS) se hace independientemente de la salida del filtro. Así pues, se puede dar un problema de divergencia donde la salida corregida sea tan grande que el propio filtro deje de funcionar correctamente. El apartado siguiente es la solución natural a este detalle.

#### 5.4 Modelo feedback

Los parámetros de este modelo son exactamente los mismos que los del apartado anterior. Tanto el vector de estados  $x$  como el vector de medidas  $z$  son los mismos, además las matrices  $\Phi$  y  $H$ . La única diferencia es que existe realimentación dentro del bloque de los inerciales.

Con cada nueva corrección del KF, el procesado de los inerciales se actualiza, de manera que las condiciones iniciales dejan de ser la integración de la muestra anterior, y aparecen corregidas en el INS por la salida del filtro de Kalman [8] y [13].

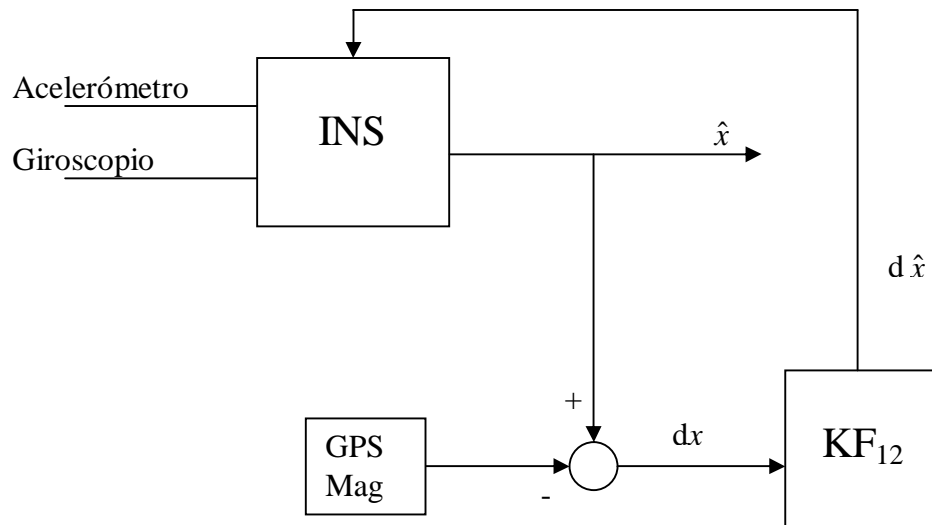


Fig. 5.4 Diagrama de bloques de la solución descentralizada feedback.

Igual que en el modelo *forward*, se ha simulado una trayectoria circular. Esta vez aparecen menos líneas ya que la solución de los INS está corregida continuamente por el filtro de Kalman.

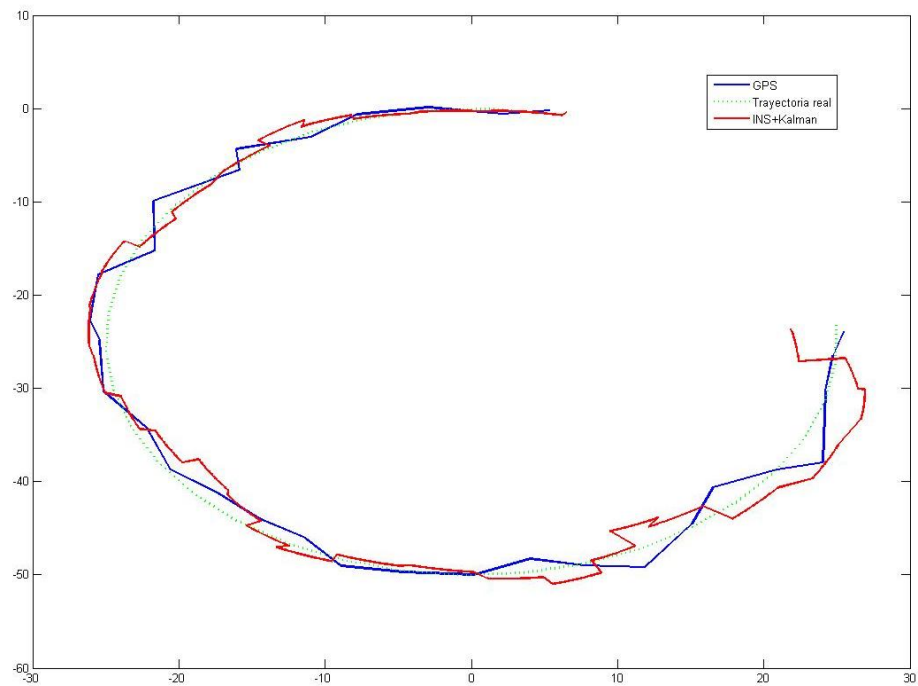


Fig. 5.5 Plano NE de la trayectoria del modelo feedback.

Cabe destacar estos pequeños saltos que se dan con cada solución de la trayectoria del INS corregido por Kalman (línea roja). Ya se explicó en el capítulo 3 que la frecuencia de los datos del GPS era de 1 muestra por segundo, mientras que los datos de los inerciales es de 48 muestras por segundo. Así que la variación brusca corresponde a una actualización del estado de Kalman y el resto del tiempo simplemente integra la solución de los inerciales.

Como comparación de los dos métodos, se ha calculado el error medio de cada algoritmo. Estos errores están referidos a metros y dependen de las condiciones de simulación, que se ha intentado que fueran lo más parecidas a la estadística de los sensores detallados en el capítulo 3.

|                        | Error GPS (XY) | Error Kalman (XY) |
|------------------------|----------------|-------------------|
| Modelo <i>forward</i>  | 4.9m           | 3.3m              |
| Modelo <i>feedback</i> | 5.0m           | 3.9m              |

Fig. 5.1 Desviación standard de los resultados del modelo *forward* y *feedback*.

Los resultados pronostican que el algoritmo mejora algo la resolución dada por el GPS, que de por sí es bastante buena, siendo ligeramente mejor el algoritmo *forward*. Estos resultados corresponden con el promedio de varias simulaciones por la estadística aleatoria de las señales y por los pocos puntos para calcular el error medio.

El único problema con estos resultados es que el algoritmo *forward* sólo se puede implementar para un filtrado limitado en tiempo, porque ya se comentó que a la larga tiende a divergir. Por tanto, es más recomendable el uso del algoritmo *feedback* para periodos de medida prolongados. En el caso estimar la trayectoria durante una pasada del UAV cuando se hace una medida de SAR, es diferente, porque este recorrido será relativamente corto. Así que el algoritmo de *forward* tampoco es descartable en el contexto del proyecto actual.



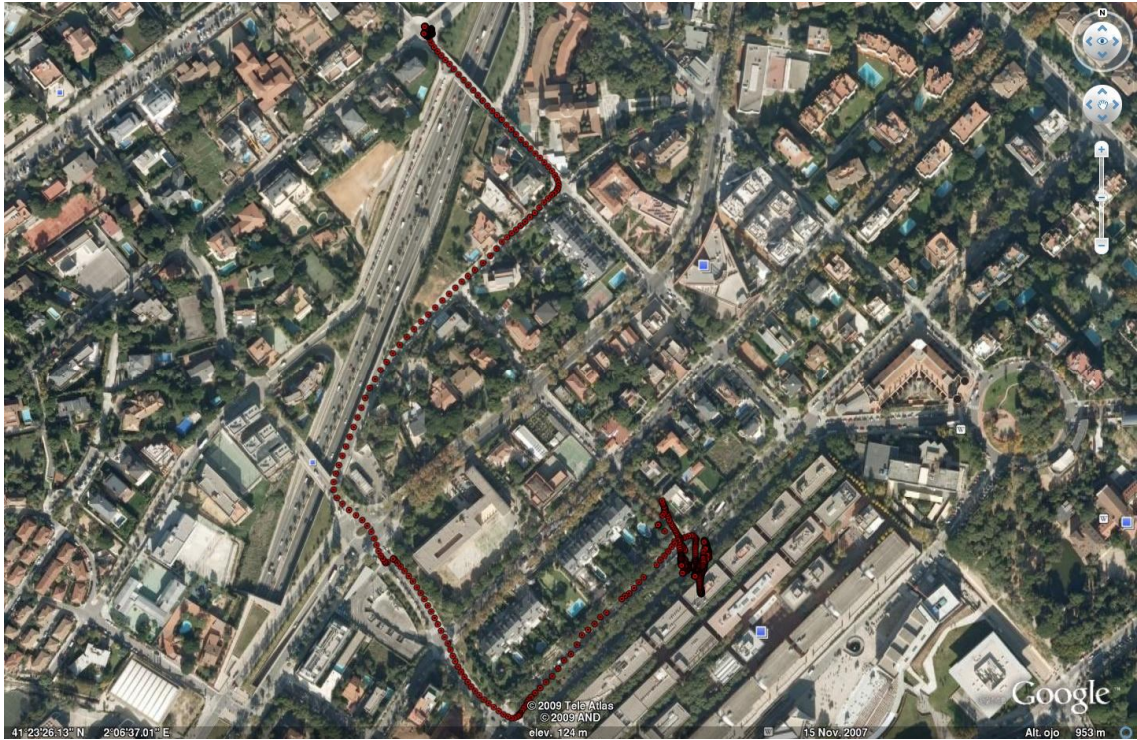


## 6 Medidas reales y resultados

Se ha realizado una campaña de medidas con todos los sensores embarcados en el avión. Anteriormente se habían realizado más campañas, pero habían resultado todas incompletas, ya porque faltara uno de los sensores, no estuviese integrado el sistema de almacenamiento, etc... sin duda la complejidad de hardware que hay detrás ha hecho que el proceso de habilitar todos los dispositivos en funcionamiento fuese lento. Paralelamente a la implementación del hardware de los sensores, se ha desarrollado la parte teórica del proyecto. Hasta la fecha, éstas han sido las medias más completas que se han podido realizar.

El experimento se ha realizado embarcando la plataforma de sensores sobre un coche y haciendo un recorrido alrededor del Campus Nord. La dinámica del movimiento es más baja que cuando vuela el avión, pero se ha creído conveniente que antes de hacer otras pruebas más complicadas, se realizara una donde las condiciones de navegación estuvieran mucho mas acotadas.

Bajo estas condiciones, se puede suponer que el ángulo de *roll* varía muy poco y siempre está cercano a 0. El eje Z realmente nos da poca información del movimiento, solo cuando subimos o bajamos y serán pendientes muy suaves.



*Fig. 6.1 Trayectoria dibujada sobre Google Earth.*

La Fig. 6.1 dibuja el recorrido trazado durante las medidas, según el GPS. Antes de empezar el recorrido y al acabar, se aprecia una gran variación en la posición. Esto se debe a errores del GPS en la adquisición cuando el móvil está parado. Una vez en movimiento, la posición que da el GPS es muy buena, debido a que utiliza también las medidas de velocidad para estimar la posición.

### 6.1 Procesado de las medidas

Antes de verificar el algoritmo ha sido necesario procesar toda la información para que esté referida en las mismas unidades de medida y los mismos ejes de coordenadas.

Este es el momento de transformar los bits recogidos en el dataloger, a través de las ecuaciones detalladas en el capítulo 3. Es decir, estas conversiones nos garantizan que las medias están en las unidades que deseamos y que se ha

eliminado, en la medida de lo posible, todos los efectos no deseados de *bias* y variaciones en las ganancias.

Como se ha explicado también en el apartado 3.5, muchos de los sensores trabajan de forma independiente, incluso tienen orientaciones diferentes. Esto es un problema sobretodo cuando se quiere unificar los ejes de coordenadas en los que se trabaja.

Ya se explicó en 3.5, que aplicando unas matrices de cambio en los ejes de los sensores, estos se alinean con los ejes de coordenadas de *body* y de ahora en adelante, los ejes de un sistema de coordenadas único describen todas las salidas de los sensores. Sin embargo, es un paso que se debe realizar al principio del procesado de las medidas.

Otro problema importante que se ha presentado cuando se han procesado todos estos datos, ha sido establecer una base de tiempos común para todas las medidas. En teoría, el sistema de adquisición está sincronizado con la señal de *pps* del GPS.

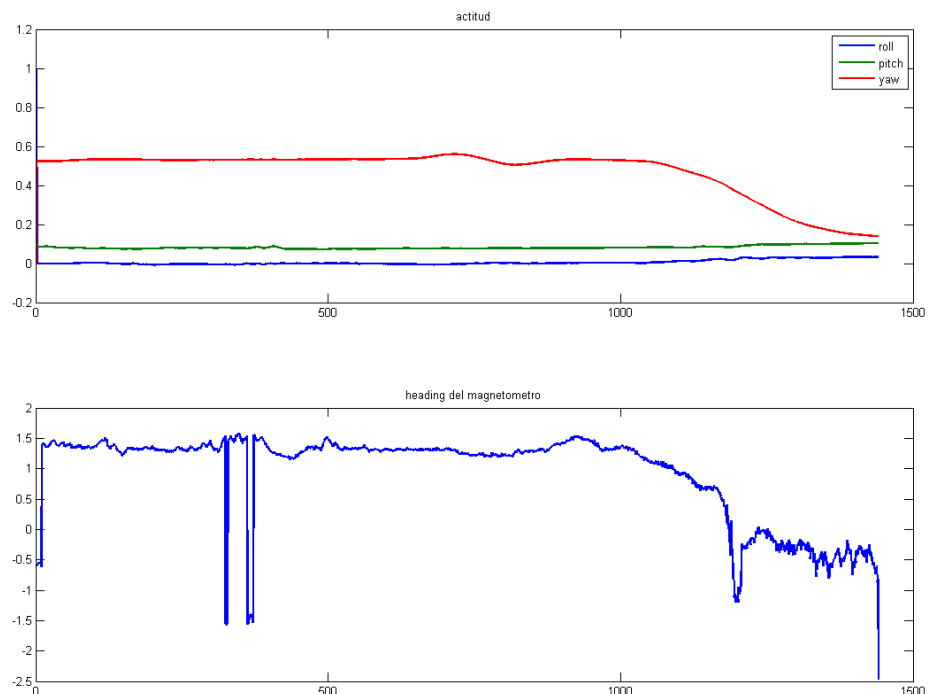


Fig. 6.2 Comparación de la integración de los giroscopios con el ángulo de heading a partir de las medidas del magnetómetro.

Esta señal da un pulso cada vez que el GPS tiene una lectura de posición, es decir, se hace cada segundo y de manera muy exacta.

Además de la sincronización de cada segundo, hay un interruptor que inhibe la escritura de las lecturas en el dataloger y cuando se conecta, los microprocesadores PIC del sistema de adquisición empiezan a guardar los datos.

En la Fig. 6.2 se ha seleccionado una parte del recorrido que tuviera alguna peculiaridad claramente reconocible de la trayectoria. En este caso, se trata de un giro y estas graficas se han dibujado aplicando ya la corrección de tiempo estimada. Es un algoritmo de sincronización basado en la búsqueda de peculiaridades y comparando luego la representación de estas a través de sensores que almacenaban información en memorias diferentes.

|                 | GPS | INS | ADIS |
|-----------------|-----|-----|------|
| Base de tiempos | 0s  | 1s  | 22s  |

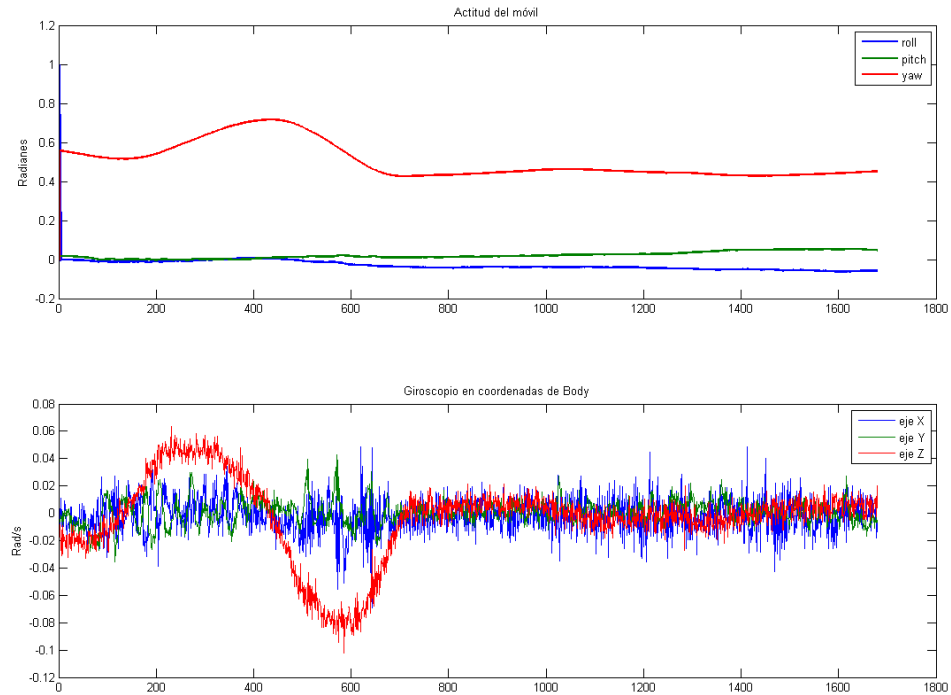
*Tabla. 6.1 diferencia de tiempos entre los datalogers para el mismo instante.*

Este es un resultado que sorprende mucho, porque era de esperar que no hubiera una diferencia superior a 1 segundo... Un sistema con una base de tiempos común habría simplificado el problema, además de con este método no se tiene la certeza de que exista un error en la estimación del sincronismo.

## 6.2 Integración de las medidas de los sensores inerciales

En este apartado se sigue el planteamiento del capítulo 4. Es decir, se transforman las medidas de magnetómetro, giroscopios y acelerómetros, que tienen sus medidas referidas al sistema de coordenadas de *body*, para que pasen a coordenadas de navegación.

El primero de los pasos a seguir es calcular la actitud del móvil sólo con las medias de los giroscopios. Para ello se utiliza (4.1) y (4.2). Esta es la primera de las medidas que se calculan y es necesaria para hacer cálculos posteriores.



*Fig. 6.3 Comparación de la actitud y de las medidas de los giroscopios antes de ser procesadas en el INS.*

Se siguen aplicando las ecuaciones planteadas en el capítulo de cinemática y se llega al resultado de la Fig. 6.4 que es la posición en el plano XY de la integración de los acelerómetros. Se ve claramente que en cuestión de pocos segundos, acaba divergiendo considerablemente de la trayectoria marcada por el GPS. Sin duda aún hay un problema de calibrado a pesar de la corrección en los sensores hecha en el capítulo 3.

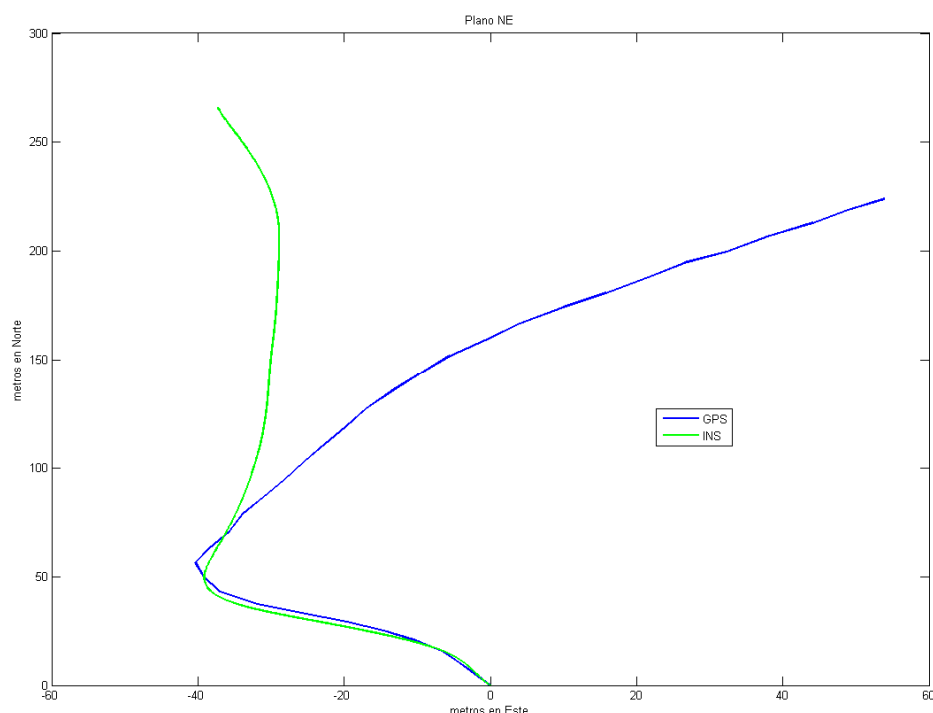


Fig. 6.4 Posición en el plano NE según el GPS y la integración del INS.

### 6.3 Filtro de Kalman de 12 estados

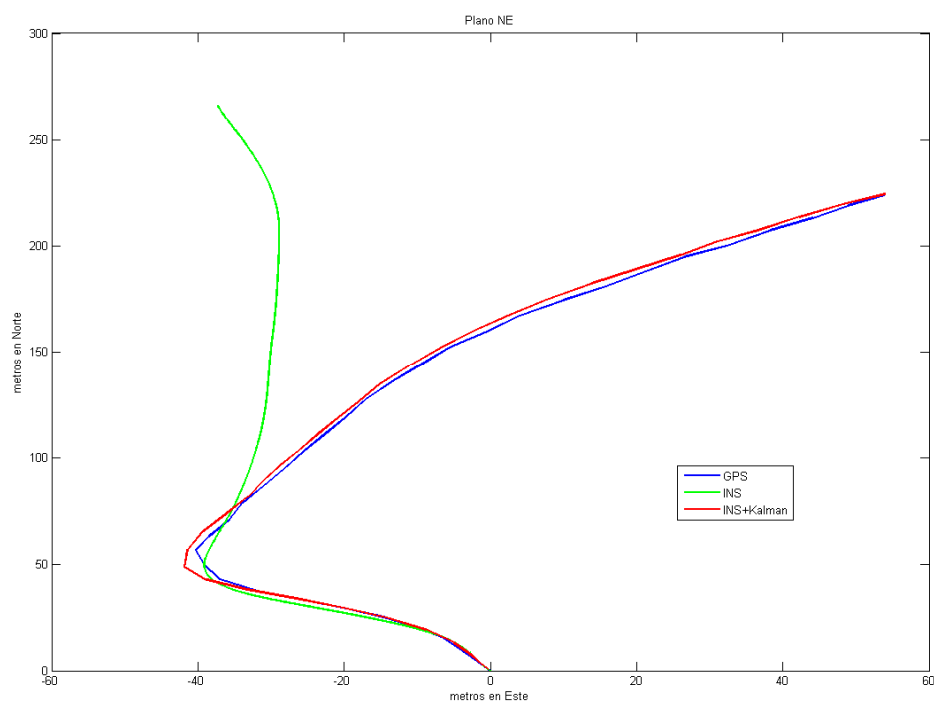
Se han planteado dos modelos de filtrado de Kalman, ambos descritos en el capítulo anterior. Todas las fórmulas que se han utilizado, son las mismas que las descritas y las variables del vector de estados también. Así pues, este apartado es sólo una recopilación de los resultados más destacados, para nada se pretende volver a explicar el funcionamiento porque este era el objetivo del capítulo 5.

En todos los modelos se ha utilizado una solución descentralizada, es decir, que el procesado de las actitudes y de las aceleraciones será siempre el calculado en el bloque de INS y con esos datos se llevará a cabo el filtrado de Kalman.

#### 6.3.1 Modelo *forward*

Siguiendo el diagrama de la Fig. 5.2 se han procesado los datos de la campaña de medidas. Este modelo corrige la salida del bloque de INS pero de manera invisible

con la integración de los inerciales. Se puede apreciar como la solución del INS diverge pero sin embargo el filtro es capaz de compensar bastante bien este error. Como se ha dicho anteriormente, este detalle no tiene importancia siempre y cuando no acabe saliéndose de rango, cosa que pasaría después de muchos segundos.



*Fig. 6.5 Plano NE del tramo analizado con el modelo forward.*

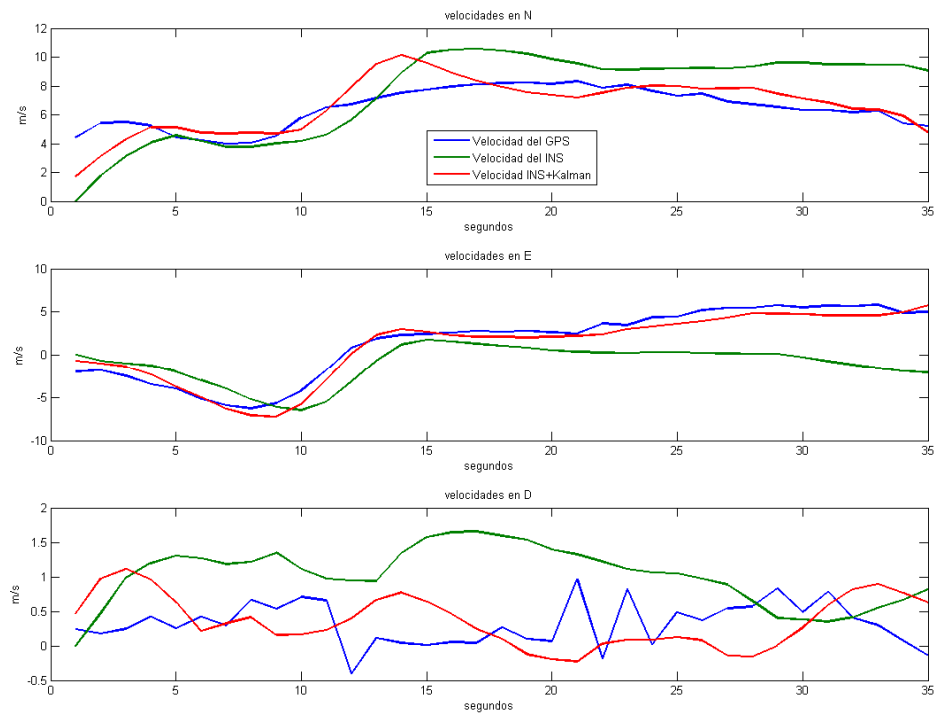


Fig. 6.6 Velocidades de los 3 ejes en coordenadas de navegación en el modelo forward.

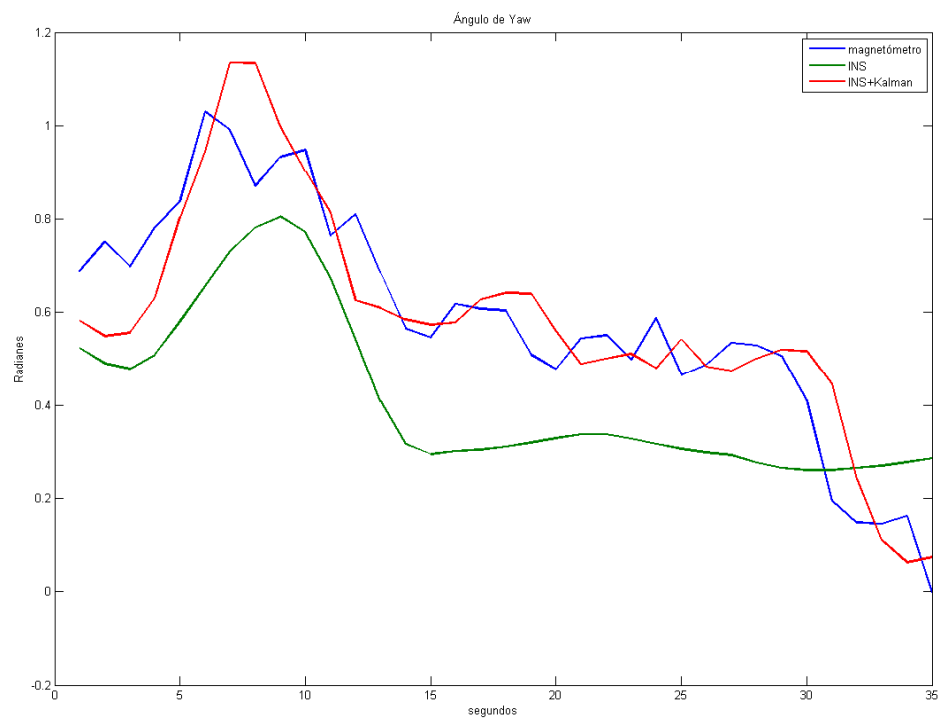


Fig. 6.7 Ángulo de heading o Yaw del modelo forward



La solución de Kalman aparece en todas las gráficas como la línea roja. La solución del GPS es bastante buena, como se esperaba, y en cuanto a posición se refiere, el filtro de Kalman mejora muy poco. En cambio, en la actitud se observa una mejora considerable respecto a la integración exclusiva de los giroscopios.

### 6.3.2 Modelo *feedback*

Se ha utilizado el diagrama de bloques propuesto en la Fig. 5.4. Se espera que el resultado no diverja con el tiempo como le pasa al modelo *forward*. El procesado que se ha hecho ha sido el mismo que en el modelo anterior, con las mismas variables a analizar y las mismas figuras. A priori, el resultado esperado debería ser parecido al modelo *forward*, tal y como se vio en el capítulo 5.

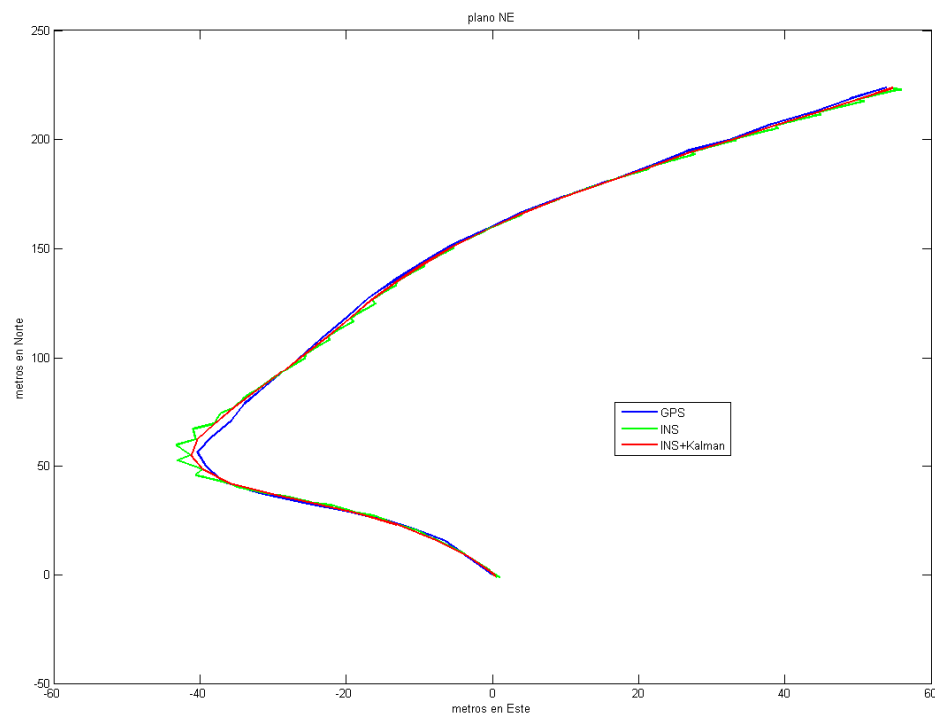


Fig. 6.8 Plano NE del tramo analizado con el modelo *feedback*.

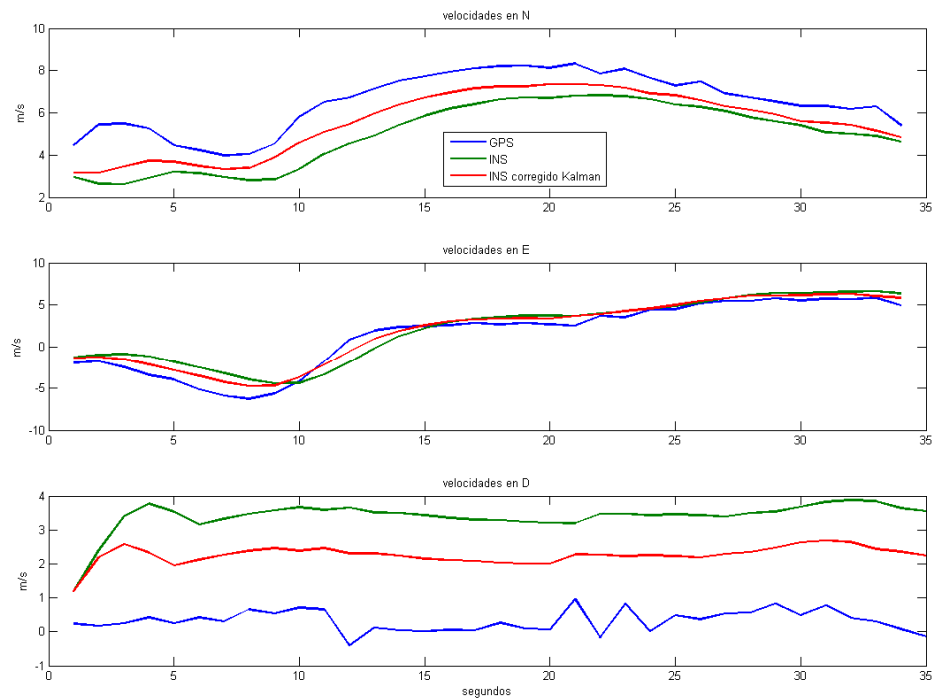


Fig. 6.9 Velocidades de los 3 ejes en coordenadas de navegación del modelo feedback.

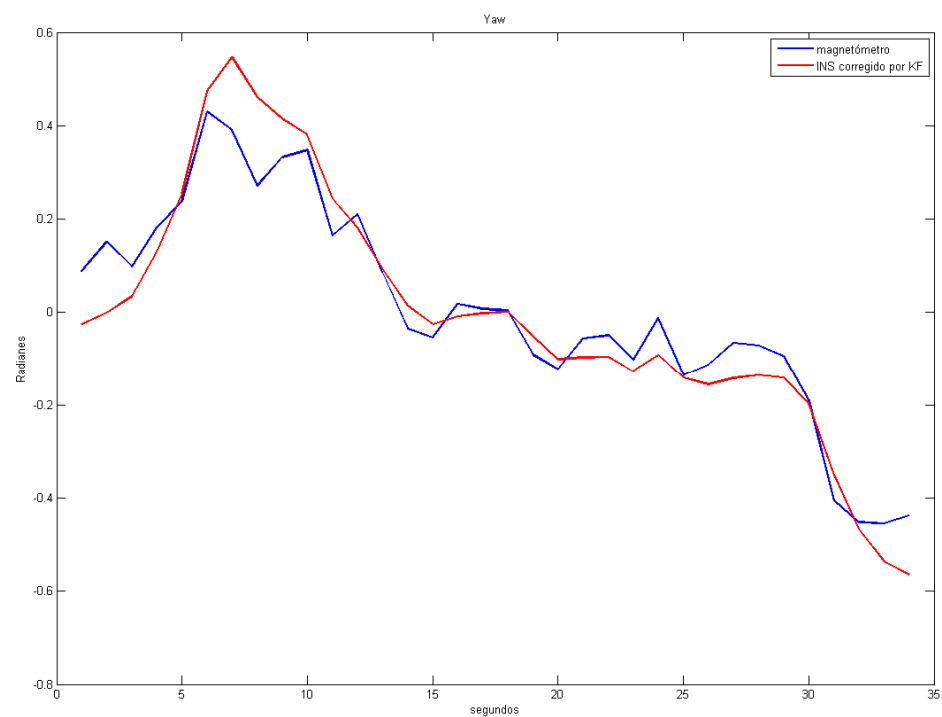


Fig. 6.10 Ángulo de yaw del modelo feedback.

Esos saltos tan molestos que aparecen en la Fig. 6.8 en la zona de la curva, estropean mucho el vector de resultados. Si bien es cierto que se está comparando vectores con densidades de muestras diferentes (1 por segundo del GPS y 48 por segundo de los inerciales), estos saltos no deberían ser tan abruptos, y más teniendo en cuenta que las medidas de los inerciales deberían ser lo suficientemente fiables en un intervalo de tiempo tan reducido. Otra vez se vuelve al problema del modelo de error de los inerciales, que a priori parecían bien calibrados, pero resulta evidente que necesitan un modelo de error más complejo.

#### 6.4 Filtro de kalman extendido de 18 estados

Como posible solución al problema planteado en el apartado 6.3.2 con los saltos de posición en cada actualización del filtro, se propone aumentar el número de estados que el filtro tiene en cuenta y tomar el *bias* de la aceleración como variable adicional al vector de estados:

$$x = \begin{bmatrix} X & Y & Z & v_x & v_y & v_z & \phi & \theta & \varphi \dots \\ \dots & \dot{\phi} & \dot{\theta} & \varphi & b_x & b_y & b_z & \dot{b}_x & \dot{b}_y & \dot{b}_z \end{bmatrix}^T \quad (6.1)$$

Se añade sólo el *bias* de la aceleración porque se cree que es el responsable de estos saltos y se espera que disminuya.

La manera en que se ha estimado este *bias* es a través de la diferencia entre la solución de los inerciales corregida y la solución del GPS en el punto de máxima divergencia, es decir, justo antes de hacer el filtrado. Con este resultado se corrige el *bias* en el tramo siguiente. Esta magnitud debería ser el cubo del *bias* de las aceleraciones y se supone que no cambia tan rápido como para que de un segundo a otro deje de tener validez.

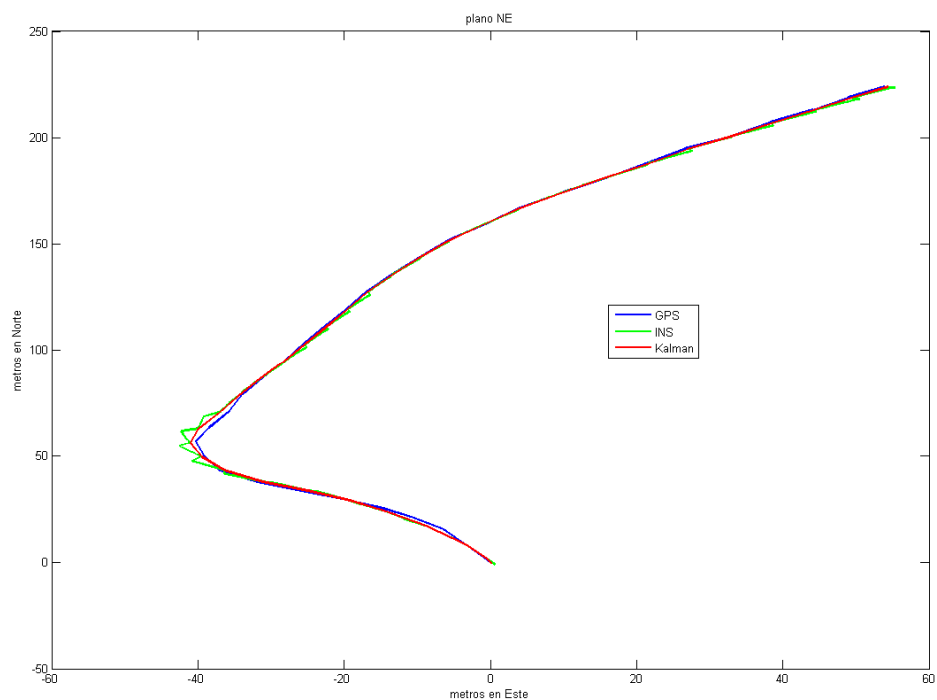


Fig. 6.11 Plano NE del tramo analizado con el modelo de 18 estados

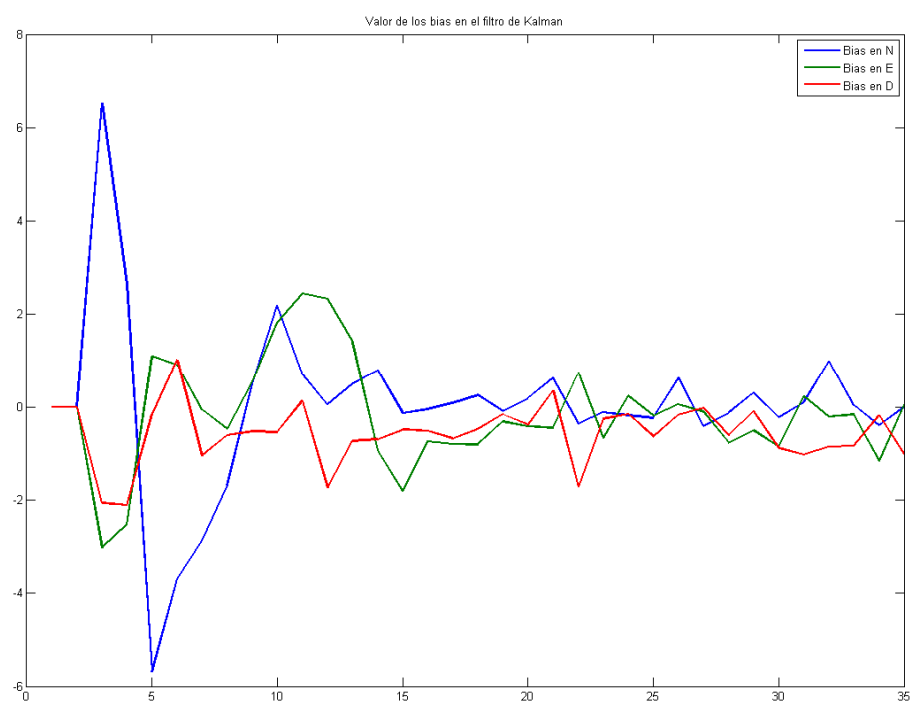


Fig. 6.12 Evolución de los bias a los largo del tiempo como variable de estados del filtro.

En vista de los resultados, siguen apareciendo los saltos en el plano NE, incluso más pronunciados que antes. Es por eso que no se ha añadido ninguna figura más, sólo los valores de estos *bias* durante el filtrado. Puede parecer que el filtro de Kalman es capaz de encargarse de todas las irregularidades, pero el problema de la calibración de los acelerómetros es algo que se tiene que solucionar antes, porque sino resulta muy complicada una solución a través del filtrado.

Así pues, la solución de 18 estados queda descartada, siendo mucho más recomendable atacar el problema desde el punto de vista de la calibración de los sensores que no desde el punto de vista del procesado con el filtrado de Kalman.

Si se comparan los algoritmos de *forward* y *feedback*, los resultados son parecidos. El algoritmo *forward* presenta mejores resultados en vista de las figuras, y para el propósito del proyecto, es decir, la estimación de la trayectoria durante una pasada del SAR. La pregunta sería si mejorados los modelos de los sensores, entonces los resultados de ambos algoritmos presentarían gráficas parecidas.

Sin embargo, en escenarios donde sea necesaria una integración de la posición por un periodo de tiempo indefinido, entonces el algoritmo de *feedback* es el más recomendable.



## 7 Conclusiones

La caracterización de los sensores se ha visto que es crucial para conseguir una mejor estimación de la posición y de la actitud. Aunque se ha dedicado una parte importante del proyecto a este tema, los resultados del capítulo 6 hacen pensar que los modelos de error no son lo suficientemente buenos, ni la calibración ha sido suficiente precisa si se quiere llegar a un nivel de precisión mejor.

También es muy interesante la integración de todos los sensores en un único dispositivo de almacenamiento, para evitar problemas de sincronismo, ya que la solución para sincronizar los datos es un tanto subjetiva y con esta integración se ahorran posibles errores de desplazamiento temporal entre diferentes medidas. Sin duda es una fuente de error adicional y merece la pena el esfuerzo de rediseñar algunos de los bloques del sistema.

Aunque el error sólo se ha podido cuantificar a través de las simulaciones, se observa que la posición estimada con el filtro de Kalman es ligeramente mejor a la del GPS. Es un resultado positivo ya que los resultados dados únicamente por los sensores inerciales hacían pensar que el filtrado de Kalman no corregiría tan bien la solución. El sistema de GPS, desde que se eliminó en febrero de 2000 la función

de S/A que degradaba su posición significativamente, se ha convertido en un sistema de localización muy bueno, mejorando incluso su precisión cuando el receptor está en movimiento (a su vez integra un Kalman para estimar la posición). Es decir, a pesar de que se mejoran los resultados del GPS con un filtrado de Kalman no se aprecia una mejora significativa.

La gran ventaja de esta integración está en la estimación de la actitud. Ahora se dispone de un sistema inercial (giroscopio) y de un sistema de medida absoluto (magnetómetro) para combinar en una estimación de la mejor actitud. Aún se puede mejorar el sistema de la estimación de la actitud incluyendo en el filtro de Kalman los tres ángulos de Euler y no sólo el ángulo de *yaw*, aunque para ello sería necesario estimar de alguna manera la inclinación de la plataforma durante el vuelo.

En cuanto al algoritmo a utilizar, tanto el *feedback* como el *forward* presentan una desviación standard muy similar. La principal ventaja del algoritmo de integración *feedback* es una mayor robustez en integraciones prolongadas. Otro punto a favor es que presenta una mayor densidad en su vector de resultados, ya que tiene 48 muestras cada segundo, mientras que el algoritmo *forward* sólo tiene 1 muestra cada segundo. La principal desventaja son los saltos que se producen en cada actualización de Kalman, pero ya se ha comentado que estos saltos deberían suavizarse una vez los sensores se modelen mejor. Por lo tanto es más recomendable el modelo *feedback* si se busca una resolución en tiempo de la solución deseada mejor que 1 segundo.

Sin embargo, si la resolución en tiempo no importa y 1 muestra por segundo es suficiente, se puede utilizar el algoritmo *forward*, siendo además el más sencillo. La condición para que funcione correctamente es integrar durante un tiempo de vuelo limitado, o resetear la solución de navegación en un punto conocido, porque existe la posibilidad de que el algoritmo acabe divergiendo si integra durante demasiado tiempo. Así que por todo esto, el modelo *forward* presenta muchas complicaciones y muchos requisitos que lo hacen poco recomendable.



### 7.1 Futuras líneas de trabajo

Una mejora, que ya ha aparecido comentada en varios capítulos, es la unificación de los sensores en un único diseño. Resulta importante disponer de un vector de datos que sea fiable, y tener que estimar su retraso con respecto a otros, es una posible fuente de error. Así que se pueden hacer dos cosas para solucionar este problema: idear un algoritmo de estimación del retraso que sea mucho más robusto y general o cambiar el hardware para que este factor no sea una variable más a solucionar y no haya dudas al respecto cuando se almacenen todos los en la misma memoria o se gestione todo con el mismo microcontrolador. Otro tema respecto a los sensores es la mejora del modelo de error de estos, tanto en condiciones estáticas como dinámicas. Es decir, sería recomendable idear una batería de pruebas para obtener más parámetros del modelo de error, incluyendo coeficientes cruzados, comportamiento en dinámica, estadística de los *bias* y del factor de escala, vibraciones, etc...

Otro punto a destacar es la amortiguación de las vibraciones. Dentro de la batería de pruebas una de ellas estaría relacionada con el efecto de las vibraciones en los sensores. Sin embargo, las vibraciones del avión son bastante considerables ya que vuela con un motor de bastante potencia y dependiendo de los resultados obtenidos en las pruebas, quizá hagan interesante el diseño de algún mecanismo de amortiguación para que los sensores respondan como se espera de ellos. Más que filtrar eléctricamente, se trataría de un filtrado mecánico para reducir las vibraciones del motor del avión.

Con respecto al algoritmo de procesado, sería interesante implementar la integración *tight* del algoritmo de Kalman, donde todas las ecuaciones que se han tratado en los capítulos 4 y 5, además de las ecuaciones de las pseudodistancias del GPS, pasarían a incorporarse a las matrices de estado y de medidas del sistema. A priori, la solución obtenida de esta manera es más precisa, pero algunos trabajos apuntan a que no sea una mejora espectacular.

Las ecuaciones que modelan la actitud se pueden mejorar, ya que resultan sumamente importantes a la hora de corregir la trayectoria. Un error en la actitud del UAV se traduce en un error en la dirección a donde apunta la antena del SAR.

Por tanto, los ángulos de *pitch* y *roll* serían incluidos como variables del vector de estado, bien modelando un inclinómetro virtual para las medias en dinámica o bien utilizando el modelo de campo magnético terrestre.

Este proyecto puede ser el primer paso para el procesado de la posición en tiempo real y así obtener la integración Kalman de la posición al instante. El único requerimiento sería instalar un ordenador a bordo y ajustar los algoritmos que sean completamente autosuficientes. Quizá no sea muy interesante si se procesa el SAR *offline* pero el siguiente paso lógico, si se introduce un sistema de posición y actitud instantáneos, es el estudio de un algoritmo de autopilotaje, aprovechando las funciones de predicción del filtrado de Kalman.

Bibliografía

- [1] R.Diego “*Estudio y realización de un sistema de navegación GPS/INS para móviles de dinámica baja-moderada*”, Proyecto Fin de Carrera de la ETSETB (UPC), 1999
- [2] F.García “*Integración de datos GPS y datos INS (inerciales) para aplicaciones SAR (radar apertura sintética)*”, Proyecto Fin de Carrera de la ETSETB (UPC), 1999, no publicado
- [3] M.Glenat “*Georeferencing in Google Earth radiometric data from UAV : Simulation and experimental data processing*” Proyecto Final de Carrera de la ETSETB (UPC), 2008, no publicado.
- [4] M.S.Grewal, Weill, Andrews “*Global Positioning Systems, Inertial Navigation, and Integration*”, Wiley 2001.
- [5] Siouris, George M. “*Aerospace Avionics Systems a modern synthesis*”, Academic Press, Inc. 1993.
- [6] Kayton, “*Avionics Navigation Systems*”, John Wiley & Sons, Inc. 1997
- [7] M. S. Grewal, Andrews, “*Kalman Filtering, Theory and practice using MATLAB*”, Wiley & Sons, Inc. 2001
- [8] S.Rönnbäck, “*Development of a INS/GPS navigation loop for an UAV*” Master’s Thesis, Luleå University, 2000.
- [9] David H. Titterton, John L. Weston, “*Strapdown Inertial Navigation Technology*”, Institution of Electrical Engineers, American
- [10] Michael J. Caruso, “*Applications of Magnetic Sensors for Low Cost Compass Systems*” Honeywell, SSEC.
- [11] Marc g. Petrovelo “*Real-Time Integration of a Tactical-Grade IMU and GPS for High-Accuracy Positioning and Navigation*”, University of

Calgary , 2003

- [12] Vikas Kumar N. “*Integration of Inertial Navigation System and Global Positioning System Using Kalman Filtering*”, Ph.D. Thesis, Indian Institute of Technology, Bombay 2004
- [13] A.Farrell, Y. Yeng “*Magnetometer and Diferencial Carrier Phase GPS-Aided INS for Advanced Vehicle Control* ”, IEEE trans. Robotics and automation, vol.19, abril 2003
- [14] <http://www.ngdc.noaa.gov>
- [15] E. Shin “*Accuracy Improvement of Low cost INS/GPS for Land Applications*” Ph.D. Thesis, University of Calgary, 2001
- [16] D. Li, R. Landry, P. Lavoie “*Low cost-MEMS Sensors-based Attitude Determination System by Integration of Magnetometers and GPS: a Real-Data Test and Performance Evaluation*”, Université du Québec
- [17] T. Bak “*Spacecraft Attitude Determination: a Magnetometer Approach*”, Ph.D. Thesis, Aalborg University, Denmark 1999

### Anexo I: Cuaterniones

Sistema de 4 parámetros, equivalente a los ángulos de Euler.

$$\mathcal{Q}_a^b = (q_0, q_1, q_2, q_3) \quad (\text{I.1})$$

Algunas propiedades de los cuaternions:

$$[\mathcal{Q}]^* = q_0 - q_1 - q_2 - q_3 \quad (\text{I.2})$$

$$N(\mathcal{Q}) = [\mathcal{Q}][\mathcal{Q}]^* = q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 = 1 \quad (\text{I.3})$$

La idea es que  $q_1, q_2, q_3$  describen un vector en el espacio y  $q_0$  la cantidad que rotamos respecto a ese vector.

$$\mathcal{Q} = \begin{bmatrix} \cos \frac{\mu}{2} \\ \sin \frac{\mu}{2} \cos \alpha \\ \sin \frac{\mu}{2} \cos \beta \\ \sin \frac{\mu}{2} \cos \gamma \end{bmatrix} \quad (\text{I.4})$$

Con estos cambios, se consigue pasar de un sistema de tres ángulos (Euler) a los cuatro parámetros de los cuaterniones, que definen de igual manera la actitud de un cuerpo.

La correspondencia entre la matriz dirección coseno y los cuaterniones es:

$$C = \begin{bmatrix} 1 - 2(q_2^2 + q_3^2) & 2(q_1q_2 - q_3q_0) & 2(q_3q_1 + q_2q_0) \\ 2(q_3q_0 + q_1q_2) & 1 - 2(q_3^2 + q_1^2) & 2(q_2q_3 - q_0q_1) \\ 2(q_3q_1 - q_2q_0) & 2(q_2q_3 + q_0q_1) & 1 - 2(q_1^2 + q_2^2) \end{bmatrix} \quad (\text{I.5})$$

Y entre los componentes del quaternion y los ángulos de Euler:

$$q_0 = \cos \frac{\psi}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{\phi}{2} - \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{\phi}{2} \quad (\text{I.6})$$

$$q_1 = \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{\phi}{2} \cos \frac{\psi}{2} + \sin \frac{\psi}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{\phi}{2} \quad (\text{I.7})$$

$$q_2 = \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\psi}{2} \cos \frac{\phi}{2} - \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\phi}{2} \cos \frac{\theta}{2} \quad (\text{I.8})$$

$$q_3 = \sin \frac{\phi}{2} \cos \frac{\psi}{2} \cos \frac{\theta}{2} + \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\phi}{2} \quad (\text{I.9})$$

Con estas ecuaciones de relación, se puede pasar del sistema de ángulos de euler, incluso de la matriz DCM a cuaterniones, resolver la matriz evitando así el problema del *gimbal-lock* y volviendo a transformar.

Esta es la matriz que relaciona las velocidades angulares, equivalente a la ecuación planteada en (4.1).

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_0 \\ \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \\ \dot{e}_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -p & -q & -r \\ p & 0 & r & -q \\ q & -r & 0 & p \\ r & q & -p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_0 \\ e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} \quad (\text{I.10})$$

La gracia de estos cambio es que resolviendo esta ecuación no hay secantes involucradas y no existirán singularidades.

Anexo II

Este es el esquema que se utilizó para construir el circuito de reset del magnetómetro. Se realizó sólo una placa externa al diseño para resetear puntualmente el magnetómetro.

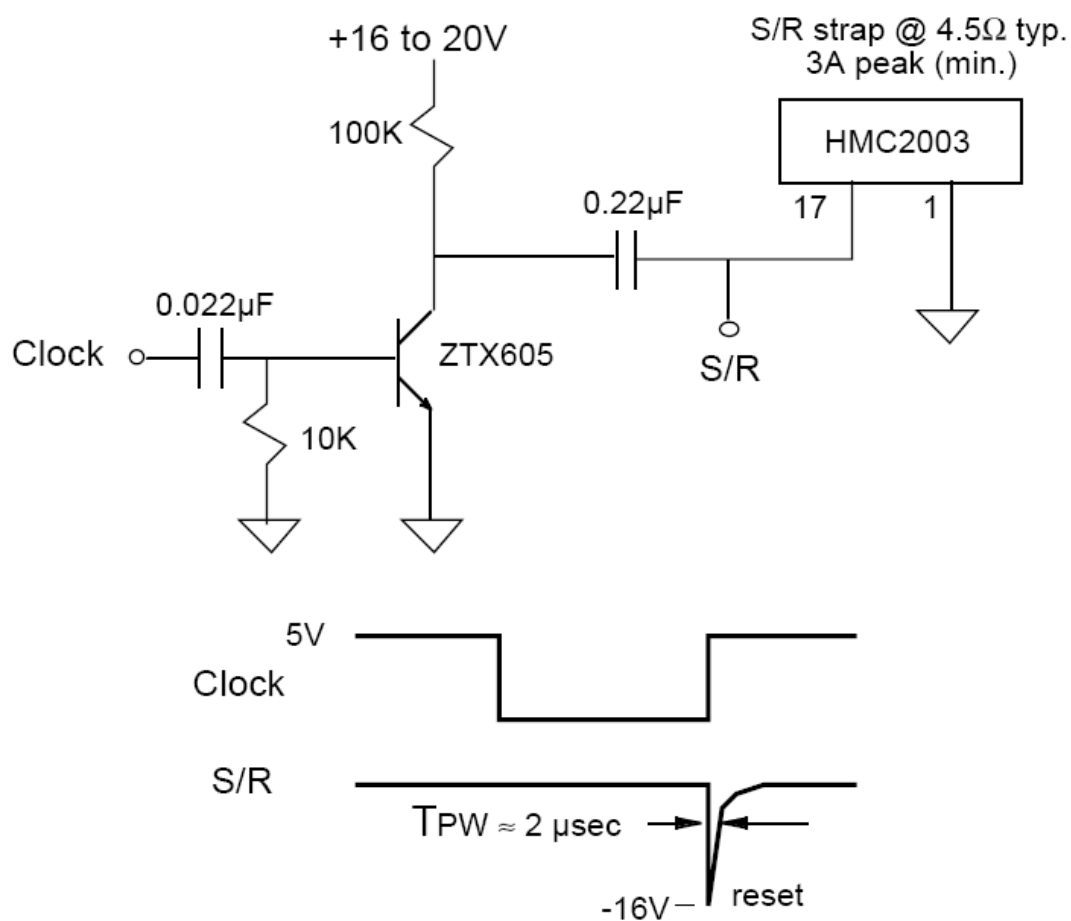


Fig.II..1 Esquema del circuito de S/R.